Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Caraş-Severin

REVISTA DE MATEMATICĂ

RMCS

A ELEVILOR ŞI PROFESORILOR

DIN JUDEŢUL CARAŞ-SEVERIN

Nr. 31, An XI – 2010

Editura „Neutrino”
Reşiţa, 2010

Titlul: Revista de matematică a elevilor şi profesorilor din judeţul Caraş-Severin
I.S.S.N. 1584-9481

CUPRINS

● Citate .... Pag. 4

● Chestiuni metodice, note matematice
■ Matematica....altfel(Ovidiu Bădescu) .... Pag. 5
■ Concursul Județean RMCS, ediția a V-a, 2010
(Ovidiu Bădescu, Lucian Dragomir) .... Pag. 6
■ Etapa județeană a Olimpiadei, 2010
(Ovidiu Bădescu, Lucian Dragomir)………………………......... Pag. 21
■ Subiecte etapa județeană a olimpiadei, clasele V – VI
(Dragoş Popa)... Pag. 23
■ Concursul Traian Lalescu, Timişoara, 2010................. Pag. 25
■ Concursul Județean al revistei RMCS, ediția a VI-a
(Regulament) .... Pag. 26

● Probleme rezolvate .... Pag. 28
● Probleme propuse ……………………………………......... Pag. 33

● Rubrica rezolvitorilor ………………………………… Pag. 49

● Membrii Filialei Caraş – Severin ai SSMR .... Pag. 60

Citate

☼ Matematica seamănă cu o moară : dacă veți turna în ea boabe de grâu, veți obține făină, dar dacă veți turna tărâțe, tărâțe veți obține.

A.L.Huxley

☼ Nu există adevăr absolut, ci numai drumuri care duc la el.

Alexandru Gh. Radu

☼ Aspirațiile nu pot decola cu aripi de împrumut.

Vasile Ghica

☼ Fiecare clipă de căutare este o clipă de regăsire.

Paulo Coelho

☼ Concizia este sufletul rațiunii, iar divagațiile îi înfloresc marginile.

William Shakespeare

☼ Oamenii dobândesc cunoştințe proporțional cu nivelul lor de curiozitate.

Stendhal

☼ Curiozitatea îi împinge pe unii să descopere America şi pe alții să asculte la uşă.

Jose Maria Eca de Queiroz

☼ Nu am niciun talent anume. Sunt doar extraordinar de curios.

Albert Einstein

☼ Cea mai mare descoperire a generației mele este faptul că oamenii îşi pot schimba viața dacă îşi schimbă felul de a gândi.

William James

☼ Natura ne aseamănă. Educația ne deosebeşte.

Confucius

☼ Când eşti mulțumit să fii pur şi simplu tu însuți şi să nu te compari cu ceilalți, e posibil ca toți să te respecte.

Lao Tse

Matematica...altfel

de Ovidiu Bădescu

De când eram elev mi-am pus nenumărate întrebări: Cum a „inventat” Thales teorema ce îi poartă numele?, Cum au „apărut” ariile?, Ar putea fizica sau chimia „trăi” fără a avea matematica alături? etc.

Am început să citesc multă istorie a matematicii însă, deşi foarte folositoare profesorilor, era prea ştiinţifică pentru elevi şi astfel eram în impas....oare ce era de făcut?

Am luat legătura atunci cu foştii mei elevi din Franţa, Germania, Canada, Lituania etc şi i-am rugat să mă ajute. I-am întrebat cum le-ar fi plăcut orele de matematică şi răspunsul lor m-a frapat: „puteaţi, din când în când, să ne povestiţi o mică istorioară, astfel am fi reţinut mult mai uşor conţinutul lecţiei şi nu s-ar fi plictisit nici corigenţii”.

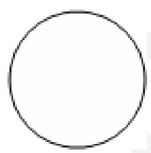
Şi...mi-am dat seama că au avut dreptate. Am privit matematica dintr-un alt unghi, am adunat materiale de pe unde am apucat, am „inventat” legende acolo unde nu am găsit nimic.

Priviţi ceea ce urmează ca pe o poveste(mai mult sau mai puţin adevărată), uitaţi pentru o clipă de rigoarea ştiinţifică, redeveniţi elevii care descoperă un alt fel de matematică.

Partea I. De unde provin cifrele arabe?

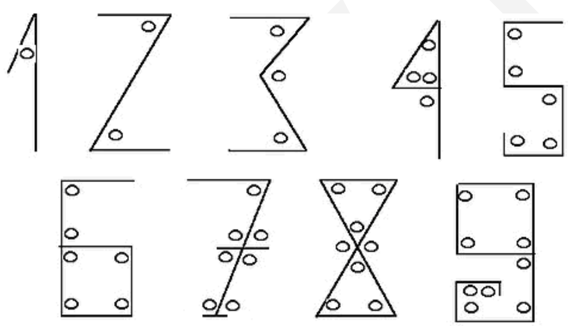
Cifrele arabe provin de fapt din cultura indiană, însă au fost preluate de arabi şi răspândite în întreaga lume.

Foarte curios e faptul că cifrele arabe conţin, în scrierea fiecăreia dintre ele numărul de unghiuri (cu măsura între 0 şi 180 grade) corespunzător.



Astfel…cifra 0 are zero unghiuri, cifra 1 are un unghi, cifra 2 două unghiuri etc.

S-ar părea că această „invenţie” e de la fenicieni, însă în timp scrierea s-a stilizat şi de aceea cifra „nouă” - spre exemplu - arată azi puţin altfel.



Concursul de Matematică al Revistei RMCS, Ediţia a V-a, 7 martie 2010, Oţelu-Roşu

prezentare de Lucian Dragomir
şi Ovidiu Bădescu

1. Organizare

Concursul a fost precedat, ca în fiecare an, de selectarea elevilor participanţi la Oţelu-Roşu; aceasta a constat în corectarea soluţiilor la problemele de concurs publicate în revistă în numerele 27, 28, 29 şi 30 de profesorul Lucian Dragomir; calificarea elevilor s-a făcut, ca de obicei, în ordinea descrescătoare a punctajelor obţinute. S-au calificat şi au participat 147 de elevi din clasele I – XII . Concursul a avut loc în data de 7.03.2010 şi a fost găzduit, din nou, de Grupul Şcolar din Oţelu-Roşu; mulţumim şi pe această cale organizatorilor, în special Doamnelor Directoare Rozina Ghiorghioni şi Daniela Chelbea, profesorilor de matematică şi tuturor cadrelor didactice ale şcolii gazdă, care au depus eforturi deosebite pentru a transforma acest concurs într-un eveniment chiar reuşit. Deschiderea Concursului a avut loc la ora 9, concursul s-a desfăşurat între orele 10 – 13, a urmat activitatea de evaluare şi, la ora 17, mult aşteptata festivitate de premiere.

2. Sponsori, alte activităţi

Costul mesei de prânz, de altfel foarte bună, ca şi *întregul fond de premiere*, a fost suportat şi în acest an de Consiliul Local şi Primăria oraşului Oţelu-Roşu. Toţi elevii participanţi au primit câte o diplomă de calificare(pentru că o meritau prin simplul fapt că au ajuns să concureze), iar cei câştigători au primit diplomă de premiere, precum şi premii în bani (comparativ cu alte concursuri de gen din ţară, premiile au fost substanţiale); sumele acordate au fost de 120 RON (premiul I), 100 RON (premiul II), 70 RON (premiul III) şi 40 RON (menţiune). Au fost, deasemenea, acordate cărţi, broşuri editate de *Gazeta Matematică.* Cheltuieli colaterale necesare bunei desfăşurări a concursului au fost posibile folosind fonduri proprii ale Filialei (provenite din cotizaţiile membrilor şi din vânzarea revistei, care, una peste alta, nu aduce beneficii decât minore din punct de vedere financiar; câştigurile sunt, credem, în plan intelectual...).

În mod special, se cuvine să mulţumim efectiv din suflet Domnului Primar al oraşului Oţelu-Roşu, Iancu Simion – Simi, care a fost trup şi suflet, de la începuturile acestui concurs, alături de noi, simţind că orice manifestare care adună minţi luminate într-o comunitate va aduce,

cândva, lumină în comunitate. Şi nu în ultimul rând, mulţumiri Domnului Viceprimar al localităţii gazdă, Enache Dragoş, care a susţinut permanent cauza şcolii, a performanţei în matematică în special, ca o certitudine a viitoarelor împliniri. Cei care cred altceva...ajunge să nici nu ne mai intereseze; altcineva îi va judeca.

3. Profesori participanţi

Pe lângă cadrele didactice din şcoală, un număr *mare* de profesori de specialitate din judeţ au participat, chiar cu drag credem, la această manifestare(de fapt, aceştia sunt printre puţinii totuşi care şi-au îndemnat elevii să rezolve probleme din reviste pentru a avea astfel şansa participării; sperăm, că numărul acestora va creşte în anii ce vin). Comisia de evaluare a fost compusă din 45 de învăţători şi profesori...

4. Subiecte

Subiectele au fost selectate şi în acest an de profesorii Mihai Monea (Deva) şi Dragomir Lucian (Oţelu – Roşu) (nu se poate să nu remarcaţi, din nou, că *multe dintre probleme sunt preluate din Gazeta Matematică, revista care n-ar trebui să lipsească de pe masa nici unui pasionat de matematică.* Puteţi să vă abonaţi la orice oră, trebuie numai să întrebaţi... Alte probleme au fost prelucrări din RMCS....(subiecte, bareme de corectare, rezultate – toate le puteţi găsi şi la adresa: www.neutrino.ro).
Vă propunem în continuare să vă încercaţi puterile cu toţii cu subiectele din concurs:

Clasa I

1. Completaţi:

$2 + 6 = \square$	$\square + 5 = 9$	$\square + \square = 8$
$6 - 2 = \square$	$9 - \square = 2$	$\square + 2 + \square = 9$
$3 + \square = 7$	$\square - 3 = 7$	$9 - \square - \square = 1$

2. Completaţi :

1, 22, 333, ________	123, 235, 347, ______
12, 23, 34, ______,	102, 2003, 30004, ____________

3. Completaţi răspunsul următoarelor probleme:

Text	Răspuns
Ana are 4 mere, iar Radu are cu 2 mere mai mult. Câte mere au cei doi copii în total?	
Acum 2 ani Dragoş avea 3 ani. Câţi ani va avea peste 4 ani?	
O bunică a dat câte 2 portocale fiecăruia dintre cei doi nepoţi şi i-au mai rămas 3 portocale. Câte portocale a avut bunica?	

4. Completaţi ultimul tablou, respectând regula din celelalte tablouri:

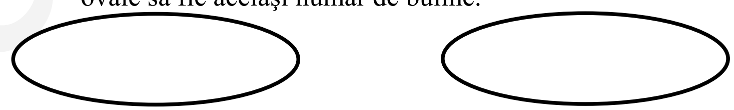
5	3
0	2

4	2
3	5

1	6
7	2

8	
1	4

5. Completaţi cele două desene cu 10 buline astfel încât în ambele ovale să fie acelaşi număr de buline.



6. Completaţi cele două desene cu 10 buline astfel încât în unul dintre ovale să fie cu 2 buline mai multe decât în celălalt.

Clasa a II-a

1. Determinaţi numerele *a, b, c, d, e, f, g* ştiind că:

$52 + 48 + a = 150$; $129 + b = 400$; $c + 213 = 321$;

$d - 345 = 567$; $345 + e + 231 = 821$; $543 - f = 456$;

$987 - g - 578 = 210$

2. La o librărie sunt 360 de cărți. Luni s-au vândut 32 de cărți, marți cu 5 mai multe decât luni, iar miercuri cu 8 mai puține decât marți. Câte cărți s-au vândut joi, dacă vineri dimineața, la deschiderea librăriei, mai erau 210 cărți ?

3. Compuneți şi rezolvați o problemă folosind exercițiul

$$67+28-15-19=...$$

4. Un elev din clasa a III a vrea să ştie ce limbi străine cunosc elevii din clasa a II a şi întreabă trei dintre colegii săi mai mici.

Aceştia răspund astfel:

Alina: din clasa noastră, 15 copii ştiu doar limba engleză.

Bianca: 3 copii ştiu limba germană şi nu ştiu limba engleză.

Cosmin: 8 copii ştiu şi limba engleză şi limba germană.

Răspundeți la următoarele întrebări:

a) Câți copii din clasa a II-a ştiu limba germană ?

b) Câți copii sunt în clasa a II-a ?

Clasa a III-a

1. Opt caiete de acelaşi fel costă 24 de lei. Ce rest primeşte Mihai de la 50 de lei dacă el cumpără şapte caiete ?

Prelucrare RMCS 29

2. Alina are două surori : Iulia şi Lucia. Iulia are 18 ani, Lucia are cu 3 ani mai mulți, iar Alina are cât aveau surorile ei împreună acum 11 ani. Câți ani au, împreună, cele trei surori acum ?

3. Păcală şi Tândală au pornit spre târg, fiecare având câte un sac de pepeni (pepenii sunt de aceeaşi greutate). Pe drum, Tândală a început să se plângă de greutatea sacului său.

- Nu te mai văita degeaba, îi spuse Păcală. Uite, dacă cineva ar lua un pepene din sacul tău, eu aş căra o greutate de două ori mai mare ca tine, iar dacă eu ți-aş da un pepene de la mine, am avea de dus greutăți la fel de mari.

Câți pepeni avea în sac fiecare personaj ?

Supliment Gazeta Matematică 1/ 2010

4. Bunica Maria are patru nepoți: Andrei, Ioana, Lucia, Cristina.Nepoții se joacă zilnic şi, într-o zi, au spart un geam din casă. Destul de supărată, bunica i-a întrebat cine a spart geamul.Nepoții s-au grăbit să răspundă:

Andrei: „Eu nu l-am spart, nici nu-mi vine să cred că te poți gândi la mine!"

Ioana: „Lucia a spart geamul, trebuie să recunosc, asta este!"

Lucia: „Andrei l-a spart şi ăsta e adevărul!"

Cristina : „Ioana e cea mai cuminte, ea nu l-a spart!"

Dacă ştim sigur că, din păcate, unul dintre nepoți nu spune adevărul, putem găsi cine a spart geamul?

RMCS 27

Clasa a IV-a

1. Pornind de la unul dintre numerele 6, 7 sau 8 , numărând din 4 în 4, ajungem la numărul 2010. Găsiți de la care număr am pornit.

RMCS 28, enunț modificat

2. Pe o insulă au naufragiat 5 oameni, dintre care unii spun tot timpul adevărul, iar alții spun mereu minciuni.

Căpitanul vasului care îi salvează îi întreabă:

- Câți mincinoşi sunt printre voi ?

Răspunsurile naufragiaților au fost :

niciunul, unul, doi, trei, patru.

Găsiți câți mincinoşi sunt printre naufragiați.

3. Am în garderobă bluze roşii, verzi şi albastre, pantaloni albaştri şi negri, adidaşi negri şi albi. Ştiind că nu îmi place să port două articole vestimentare de aceeaşi culoare, aflați în câte moduri mă pot eu îmbrăca.

Gazeta matematică, supliment 12 / 2009

4. Scrieți numărul 91 ca sumă de trei numere astfel încât dacă la primul număr adunăm 3, din al doilea număr scădem 3, iar al treilea număr îl înmulțim cu 3, rezultatele să fie egale.

RMCS 27, enunț modificat

Clasa a V-a

1. Determinați toate numerele naturale de patru cifre care se micşorează de 50 de ori atunci când le sunt şterse prima şi ultima cifră.

Prelucrare problemă
Supliment Gazeta Matematică 1 / 2010

2. Se consideră mulțimea $A=\{1,3,5,7,...,101\}$.

a) Determinați numărul perechilor (a,b), cu $a,b \in A$, $a<b$, pentru care $a+b=100$.
b) Arătați că, dacă suma a 46 de elemente ale mulțimii A este 2010, atunci cel puțin două dintre acestea sunt egale.

Prelucrare problemă
Gazeta Matematică 2001

3. Un copil numără pe degetele mâinii stângi începând de la degetul mare spre cel mic şi înapoi, tot aşa. La fiecare număr, trece la următorul deget. La ce deget va ajunge numărul 2010 ? (Numărătoarea se face aşadar astfel : 1 – degetul mare, 2 – arătătorul , 3 – mijlociul , 4 – inelarul, 5 – cel mic, 6 – inelarul, ş.a.m.d.)

Concurs Rusia

4. a) Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care

$$2^m + n^2 = 2020.$$

b) Arătați că nu există perechi (x,y) de numere naturale pentru care

$$4^x + y^4 = 2010.$$

Prelucrare RMCS (şi completare) nr. 28

Clasa a VI-a

1. Alegem cinci numere naturale care au suma egală cu 2010.

a) Arătați că printre numerele alese cel puțin unul este mai mic decât 403.
b) Arătați că există trei printre numerele alese care au suma cel puțin egală cu 1206.

Prelucrare problemă Supliment GM 1 / 2010

2. Determinați numerele prime p şi q pentru care există un număr natural n astfel încât $\dfrac{p}{q+1}=\dfrac{p+n}{q+n+1}$.

Lucian Dragomir

3. Fie unghiul $\sphericalangle XOY$ şi numerele naturale distincte a,b.

Pe $(OX$ considerăm în ordine punctele $A_1, A_2, A_3, ...$ astfel încât $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = ... = a$.

Pe $(OY$ considerăm în ordine punctele $B_1, B_2, B_3, ...$ astfel încât $OB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = ... = b$.

a) Arătați că există $A \in \{A_1, A_2, A_3, A_4, ...\}$ şi $B \in \{B_1, B_2, B_3, B_4, ...\}$ astfel încât triunghiul OAB este isoscel;

c) Arătați că există $A, C \in \{A_1, A_2, A_3, A_4, ...\}$ şi $B, D \in \{B_1, B_2, B_3, B_4, ...\}$ astfel încât $\Delta OAD \equiv \Delta OBC$.

Steluța şi Mihai Monea, Deva

4. Se consideră unghiul $\sphericalangle MON$ cu măsura de 90^o şi punctele coliniare A, O, B astfel încât $O \in (AB)$. Dacă $(OE$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOM$, iar $(OF$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BON$, arătați că $m(\sphericalangle EOF)=45^o$ sau $m(\sphericalangle EOF)=135^o$.

Gazeta Matematică 1 / 2010

Clasa a VII-a

1. La un turneu de şah au participat băieți şi fete astfel încât fiecare participant a jucat o partidă cu fiecare dintre ceilalți.

Se ştie că băieții au jucat între ei 15 partide, iar în total s-au jucat 45 de partide.

Calculați câte fete şi câți băieți au participat la turneu.

RMCS, enunț modificat

2. Se consideră un triunghi ABC şi punctele D şi E pe (BC) astfel încât $BD = DE = EC$; se notează cu F simetricul lui A față de B, $AD \cap FC = \{G\}$ şi $EG \cap AB = \{H\}$. Arătați că: $FH = AB$.

RMCS 28

3. Determinați numerele naturale n pentru care $\sqrt{2n+1}$ este rațional, iar numerele $\sqrt{2n+2}, \sqrt{2n+3}, ..., \sqrt{3n+3}$ sunt iraționale.

4. Se consideră un triunghi ABC în care $AB = 4$ și $AC = 12$, iar pe latura (BC) punctul D astfel încât $(AD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$. Arătați că :

a) $\frac{1}{BD} + \frac{1}{DC} > \frac{1}{3}$;

b) $AD < 6$.

prelucrare problemă Gazeta Matematică 1 / 2010

Clasa a VIII-a

1. Determinați perechile (x, y) de numere întregi pentru care

$$2(x+y) = 2x^2 + y^2.$$

Adriana Dragomir

2. Arătați că, dacă $x, y \in (0, \infty)$ și $x \cdot y = 1$, atunci :

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{x+y}.$$

Adriana Dragomir

3. a)Arătați că, dacă în piramida $VABCD$, cu baza $ABCD$ pătrat, muchiile laterale sunt congruente, atunci înălțimea piramidei are piciorul în centrul pătratului.

RMCS 30

b) Dacă $ABCD$ este un tetreadru regulat în care $DO \perp (ABC)$ și $M \in (DO)$ astfel încât $MA \perp MB$, arătați că M este mijlocul lui (OD).

Supliment Gazeta Matematică 4 / 2009

4. Se spune că numerele iraționale x și y au proprietatea (P) dacă $xy,\ x^2 + y,\ y^2 + x$ sunt raționale.

a) Arătați că există numere care au proprietatea (P).

b) Calculați , pentru orice numere cu proprietatea (P), suma $x + y$.

Laurențiu Panaitopol

Clasa a IX-a

1. Se consideră o mulțime M de numere reale care satisface următoarele proprietăți:

a) $1 \in M$;

b) $\left[\frac{x}{4}\right] \in M \Rightarrow x \in M$.

Să se arate că: 1) $2000 + \sqrt{2010} \in M$.

2) $2^{2000} + 2^{\sqrt{2010}} \in M$.

Lucian Dragomir

2. Pentru orice număr natural nenul n se notează

$$A_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k} \text{ și } B_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}.$$ Arătați că :

a) $B_n \leq A_n < 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$;

b) pentru orice număr natural $n \geq 2$, există numere naturale nenule $a_1, a_2, ..., a_n$, cel mult două egale, astfel încât : $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} = 1$.

Prelucrare Gazeta Matematică 12 / 2009

3. O tablă de șah 5×5, cu pătrățelele colorate alternativ în alb și negru, are colțurile negre.Pentru fiecare pereche de pătrățele colorate diferit, se desenează câte un vector cu originea în centrul pătrățelului negru și vârful în centrul pătrățelului alb.

a) Câți vectori au fost desenați ?

b) Calculați suma tuturor vectorilor desenați.

RMCS 29

4. Fie A,B,C,D patru puncte coplanare, oricare trei dintre ele necoliniare. Demonstrați că oricare trei dintre centrele de greutate ale triunghiurilor determinate de trei dintre punctele date sunt necoliniare.

Gazeta Matematică 1 / 2010

Clasa a X-a

1. a) Arătați că nu există numere întregi x pentru care
$$\log_3(x+2) = \log_2(2^x+7).$$
b) Determinați numerele naturale x şi y pentru care $3^x = 2^y + 7$.

RMCS, prelucrare

2. a) Rezolvați ecuația: $\sin(3\arcsin x) + \cos(2\arcsin x) = 1$.

b) Dacă α și β sunt rădăcinile ecuației $z^2 + 2z + 4 = 0$, arătați că numerele $A = \alpha^4 + \beta^4$ şi $B = (\alpha+2)^5 + (\beta+2)^5$ sunt raționale.

RMCS, prelucrare

3. Determinați funcțiile strict crescătoare $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea că:
$$f(x \cdot f(y)) = f(x) \cdot y, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Prelucrare Gazeta Matematică

4. La un turneu de şah, oricare doi participanți joacă o singură partidă. După ce au jucat câte două jocuri, cinci participanți părăsesc competiția. La finalul turneului s-a constatat că numărul total de partide jucate este egal cu 200. Câți şahişti au participat la turneu?

RMCS(Olimpiadă Moldova 2007)

Clasa a XI-a

1. Se spune că o matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ are proprietatea (P_n) dacă există $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, pentru care $A^n + A^{n-1} + A^{n-2} = O_2$.

Arătați că :

a) există $A \neq O_2, A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$, care are proprietatea (P_3).

b) Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ are proprietatea (P_{2010}) şi se notează $B = A^2 + A + I_2$, atunci matricea $I_2 - AB$ este inversabilă.

Prelucrare Gazeta Matematică 1 / 2010

2. Se consideră şirurile $(a_n)_{n\geq1}, (b_n)_{n\geq1}, (c_n)_{n\geq1}$ definite prin :
$$a_1 = 2, \ a_{n-1} = 1 + \sqrt{a_n - a_{n-1}}, n \geq 2, \ b_n = \frac{a_n - 1}{a_{n+1} - 1}, n \geq 1 \text{ și } c_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}.$$

c) Arătați că : $a_n = 1 + a_1 a_2 \ldots a_{n-1}$, $\forall n \geq 2$.

d) Calculați limita şirului $(b_n)_{n\geq1}$.

e) Demonstrați că şirul $(c_n)_{n\geq1}$ este convergent.

Prelucrare Gazeta Matematică 5 / 2009

3. Pentru orice matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se notează cu $Tr(A)$ suma elementelor de pe diagonala principală.

a) Studiați dacă există matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A \neq I_3$ pentru care
$$|\det A| = |tr(A)| = 1;$$

b) Arătați că, dacă $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A \neq O_3$, atunci $A^2 = O_3$ dacă şi numai dacă $rang(A) = 1$ şi $Tr(A) = 0$.

Articol RMCS 24 / 2008

4. Calculați :
$$\lim_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{x \cdot e^{-\frac{1}{x}}}{tg^2 x}$$

Gazeta Matematică nr. 8 / 1974

Clasa a XII-a

1. Fie G un grup comutativ cu proprietatea că funcția $f: G \to G, f(x) = x^3$ este injectivă. Arătați că, dacă $a, b, c \in G$ şi $ab^{-1} = bc^{-1} = ca^{-1}$, atunci $a = b = c$.

Steluța şi Mihai Monea, Deva

2. Fie G un grup multiplicativ cu $2n+1$ elemente. Arătați că, dacă există o funcție $f: G \to G$ cu proprietatea că $f(x(f(xy)) = yf(x^2), \forall x, y \in G$, atunci grupul este comutativ.

Gazeta Matematică 2009

3. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continue şi, pentru orice primitive F, G ale funcțiilor f, respectiv g, se notează $A = \{x \in \mathbb{R} / F(x) = G(x)\}$. Să se demonstreze că, dacă $A = \{0\}$, atunci există $c \in (0,1)$ astfel încât

$$\frac{f(c) - g(c)}{F(c) - G(c)} = \frac{1}{1-c}.$$

Lucian Dragomir

4. Se consideră funcția $f : [0,2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

Dreapta de ecuație $y = m$, $m \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ intersectează graficul funcției considerate în punctele A şi B. Se defineşte acum funcția $g : \left[0, \frac{1}{2}\right] \to \mathbb{R}$ prin $g(m) = AB$ (distanța dintre punctele A şi B) . Calculați : $\int_0^{\frac{1}{2}} g(m)dm$.

Lucian Dragomir

5. Premianții

Lista completă cu tot, sau aproape tot ce doriți să aflați despre acest concurs, ne repetăm, o găsiți de mult de fapt, pe *www.neutrino.ro*. Oricum, credem că şi paginile revistei noastre pot găzdui cu mare căldură, premianții şi din acest an:

Clasa I
(toți elevii sunt de la Liceul Hercules Băile Herculane)

Premiul I	**Megan Alexandra Ioana**
Premiul II	**Bolbotină Flavia**
Premiul III	**Viericiu Daniel**
	Ştefan Brînzan Georgiana
Mențiune:	**Coman Alina**
Premiu SSMR:	**Hogea Patricia**

Clasa a II-a

Premiul I	**Lazarov Andrei**	Lic.Gen.Dragalina Oravița
Premiul II	**Ciobanu Elena**	Şc.nr.2 Reşița
Premiul III	**Cîrdei Bogdan Antonio**	Lic.Hercules B. Herculane
Mențiuni:	**Boncalo Sebastian**	Lic.Pedagogic Caransebeş
	Petcu Alexandru Egon	Lic. Hercules B. Herculane
Premii SSMR	**Bogdan Alexandra**	Lic.Pedagogic Caransebeş
	Iacob Rareş	Lic.Pedagogic Caransebeş
	Racoceanu Rareş	Şc.nr.2 Reşița
	Bodnar Emanuela	Şc.nr.9 Reşița
	Staicu Ariana	Lic.Hercules B. Herculane
	Bona Alin	Lic.Pedagogic Caransebeş
	Vela Cristian	Lic.Pedagogic Caransebeş

Clasa a III-a

Premiul I	**Potocean Aura Teodora**	Şc.nr.2 Reşița
Premiul II	**Bolbotină Gabriel**	Lic. Hercules B. Herculane
Premiul III	**Dancău Maria Ileana**	Lic. Hercules B. Herculane
Mențiuni:	**Jumanca Patricia**	Şc.nr.9 Reşița
	Agafiței Cristian Teodor	Lic. Hercules B. Herculane
Premii SSMR	**Buță Jana Adina**	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
	Voiț Iulia	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
	Scarlat Sara - Giulia	Şc.Romul Ladea Oravița
	Stoican Anastasia	Lic. Hercules B. Herculane
	Agafiței Nichita	Lic. Hercules B. Herculane

Clasa a IV-a

Premiul I	**Imbrescu Raluca**	Şc.nr.9 Reşița
Premiul II	**Freisz Patrick**	Lic. Traian Lalescu Reşița
Premiul III	**Nicola Elena Beatrice**	Şc.nr.2 Reşița
Mențiuni:	**Murariu Dumitru**	Şc.nr.2 Reşița
	Bălean Octavian	Şc.nr.2 Reşița
Premii SSMR	**Gherasim Daniel**	Şc.nr.9 Reşița
	Lucaci Cristiana	Lic. Traian Lalescu Reşița
	Velcsov Flavia	Şc.nr.2 Reşița

Clasa a V-a

Premiul I	**Cioarcă Adnana**	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
Premiul II	**Janțu Petre Marin**	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
Premiul III	**Bălean Vlad**	Şc.nr.9 Reşița
Mențiuni:	**Ciobanu Iulia Andreea**	Lic. Ped. Caransebeş
	Ardelean Andra	Lic. Ped. Caransebeş
Premii SSMR	**Burcin Andreea**	Lic. Hercules B.H.
	Şulma Patricia	Lic. Hercules B.H.

Clasa a VI-a

Premiul I	**Ciobanu Anca**	Şc.nr.2 Reşița
Premiul II	**Balmez Andrada Ioana**	Şc.Romul Ladea Oravița
Premiul III	**Murgu Teodora**	Şc.Romul Ladea Oravița
Mențiuni:	**Neațu Monica**	Şc.nr.2 Reşița
Premii SSMR	**Gaiță Nadine**	Şc.nr.9 Reşița
	Szatmari Larisa	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
	Iliescu Alexandru	Lic. Traian Doda
	Neagoe Loredana	Lic. Traian Doda

Clasa a VII-a

Premiul I	**Dinulică Petru Augustin (punctaj maxim)**	Lic. Ped. Caransebeş
Premiul II	**Ştefănescu Andrei**	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
Premiul III	**Ciulu Miruna Dalila**	Şc.nr.6 Reşița
Mențiuni:	**Dinulică Septimiu**	Lic. Ped. Caransebeş
	Gheorghişan Călin	Şc.Romul Ladea Oravița
Premiu SSMR	**Pîrvu Ancuța**	Şc.Romul Ladea Oravița

Clasa a VIII-a

Premiul I	**Peptan Alexandru**	Şc.nr.9 Reşița
Premiul II	**Lazăr Silviu Ioan**	Şc.nr.9 Reşița
Premiul III	**Drăghici Livia Liliana**	Şc.nr.2 Reşița
Mențiune:	**Tuştean Patricia**	Şc.nr.1 Oțelu – Roşu
Premiu SSMR	**Țeudan Adina**	Şc.nr.2 Reşița

Clasa a IX-a

Premiul I	**Stoicănescu Gelu**	Lic.Traian Doda
Premiul II	**Dumitraşcu Andreea**	Lic.Traian Doda
Premiul III	**Krokoş Lorena**	Liceu Oțelu – Roşu
Mențiune:	**Kuhn Anne Marie**	Liceu Oțelu – Roşu
Premii SSMR	**Antonescu Nicoleta**	Lic.Traian Doda
	Milu Nicoleta	Lic.Traian Doda

Clasa a X-a

Premiul I	**Semenescu Anca**	Lic. Ped. Caransebeş
Premiul II	**Mocanu Ioana**	Lic.Traian Doda
Premiul III	**Bugariu Răzvan**	Lic. Oțelu – Roşu
Mențiuni:	**Buliga Denis**	Lic.Traian Doda
	Duma Andrei	Lic. Oțelu – Roşu
Premiu SSMR	**Tuştean Claudiu**	Lic.Traian Doda

Clasa a XI-a

Premiul I	**Cococeanu Oana**	Lic. Oțelu – Roşu
Premiul II	**Meşter Sergiu**	Lic.Traian Lalescu
Premiul III	**Atinge Carina**	Lic. Oțelu – Roşu
Mențiune:	**Zanfir Cristian**	Lic.Traian Doda
Premiu SSMR	**Galescu Dan**	Lic.Traian Doda

Clasa a XII-a

Premiul I	**Stăniloiu Ovidiu**	Lic. Tata Oancea
Premiul II	**Nu s-a acordat**	
Premiul III	**Mureşan Ana – Maria**	Lic.Ped.Caransebeş
	Mureşan Alexandru Ioan	Lic.Ped.Caransebeş
Mențiune	**Bugariu Dan**	Lic. Oțelu – Roşu

Felicitări încă odată tuturor celor care au participat la concurs, dascălilor lor, părinților.

Etapa județeană a Olimpiadei de matematică 13. 03. 2009

Ovidiu Bădescu, Lucian Dragomir

La nicio săptămână de la Concursul Județean al revistei, altă școală de excepție a fost gazda unui alt eveniment matematic : *Liceul Teoretic Diaconovici – Tietz Reșița.* Evenimentul amintit: etapa județeană a olimpiadei și a concursului de matematică aplicată Adolf Haimovici. Au participat 274 de elevi și peste 40 de profesori evaluatori.

Pentru clasele V–VI, subiectele au fost elaborate de către inspectorul de specialitate, prof. Dragoș Popa, iar cele pentru clasele VII – XII, ca de obicei, au fost primite de la Comisia centrală.

Mai trebuie reamintit că toate concursurile și activitățile organizate se află sub auspiciile inițiativei ***2010 – Anul Matematicii în școala românească***, care își propune schimbarea mentalității copiilor, părinților și, nu în ultimul rând, a dascălilor, în ceea ce privește matematica școlară. Esențial, mesajul trebuie să fie : *matematica nu este și nu trebuie privită ca o sumă de formule și de algoritmi pe care elevul le memorează și le aplică mecanic ; matematica este* ***principalul mijloc de educare a gândirii raționale, corecte și inovatoare.***

Revenind, vă prezentăm premianții (cei scriși cu caractere bold vor participa la etapa națională)

Nume, prenume	*clasa*	*școala*	*premiul*
Teodorescu Iulia	5	Școala nr.2 Reșița	I
Bonaț Gabriel	5	Grup școlar Moldova Nouă	II
Iancu Denis	5	Lic.Pedagogic Caransebeș	III
Epuraș Georgian	5	Lic. Oțelu – Roșu	M
Jurca Andrei	5	Școala nr.6 Reșița	M
Neațu Monica	6	Școala nr.2 Reșița	I
Ciobanu Anca	6	Școala nr.2 Reșița	II
Balmez Andrada	6	Școala R.Ladea Oravița	III
Dolot Nicole	6	Lic. Traian Lalescu Reșița	M
Szatmari Larisa	6	Școala nr.1 Oțelu – Roșu	M
Ciulu Miruna	7	Școala nr.6 Reșița	I
Dinulică Augustin	7	Lic. Pedagogic Caransebeș	II
Dinulică Septimiu	7	Lic. Pedagogic Caransebeș	III
Ștefănescu Andrei	7	Școala nr.1 Oțelu – Roșu	M
Avram Alexandra	7	Școala nr.7 Reșița	M
Țeudan Adina	8	Școala nr.2 Reșița	I
Toc Teodora	8	Lic. Diaconovici Tietz	II
Borchescu Eugen	8	Școala Bozovici	III
Ștefănescu Andrei	8	Lic. Traian Doda	M
Lazăr Silviu	8	Școala nr.9 Reșița	M
Krokoș Lorena	9	Lic. Oțelu – Roșu	I
Stoicănescu Gelu	9	Lic. Traian Doda	II
Popa Andreea	9	Lic. Traian Doda	III
Moț Mihaela	9	Lic. Traian Lalescu	m
Meșter Amalia	9	Lic. Traian Lalescu	m
Semenescu Anca	10	Lic. Ped. Caransebeș	I
Mocanu Ioana	10	Lic. Traian Doda	II
Szabo Cristian	10	Lic. Traian Doda	III
Pașan Petru	10	Lic. Traian Doda	m
Nemeș Adina	10	Lic. Traian Lalescu	m
Zanfir Cristian	11	Lic. Traian Doda	I
Galescu Dan	11	Lic. Traian Doda	II
Meșter Sergiu	11	Lic. Traian Lalescu	III
Cococeanu Oana	11	Lic. Oțelu – Roșu	m
Atinge Carina	11	Lic. Oțelu – Roșu	m
Ionașcu Marian	12	Lic. Traian Vuia Reșița	I
Stăniloiu Ovidiu	12	Lic. Tata Oancea Bocșa	I
Borlovan Călin	12	Lic. Traian Doda	III
Bugariu Dan	12	Lic. Oțelu – Roșu	m
Mureșan Ioan	12	Lic. Pedagogic Caransebeș	m

(Observație: trebuie să reamintim că anul trecut, cele trei premii de la etapa națională la clasele VII – XII au fost obținute de: Adina Țeudan, Cristian Zanfir și Ovidiu Stăniloiu)

Să vedem acum și elevii care vor reprezenta județul nostru la etapa națională a concursului Adolf Haimovici, ediția 2010:

Nume, prenume	*clasa*	*școala*	*Profilul*
Florea Iuliana	9	Lic. Traian Lalescu Reșița	Științe
Mărgan Anuța	9	Lic. T. Doda Caransebeș	uman
Goian Raluca	10	Lic.Gen.Dragalina Oravița	Științe

Zărnescu Antonia	10	Lic.Gen.Dragalina Oravița	Științe
Epure Monica	10	Lic.Gen.Dragalina Oravița	Științe
Moldovan Teodora	10	Lic.Gen.Dragalina Oravița	Științe
Silianovici Alin	11	Liceul Oțelu – Roșu	Științe
Prejban Alina	11	Liceul Oțelu - Roșu	Tehnic
Adam Florica	11	Liceul Oțelu – Roșu	Tehnic
Tănasă Remus	12	Grup școlar Moldova Nouă	Tehnic
Anițulesei Daniela	12	Lic. Traian Lalescu Reșița	Științe
Azzola Francesca	12	Liceul Oțelu – Roșu	Științe
Norocel Alina	12	Liceul Oțelu – Roșu	tehnic

Subiecte etapa județeană, clasele V – VI , Olimpiadă 2010

CLASA A V-A

1. Pe un coridor sunt 4n uşi situate faţă în faţă. Pe peretele din stînga al coridorului, uşile sunt numerotate cu 1, 3, 5, … , 4n-1, iar pe peretele din dreapta, sunt numerotate cu 4n, 4n-2, … , 2.
a) Câte uşi sunt, ştiind că faţă în faţă cu uşa cu numărul 15 se află uşa cu numărul 50?
b) Daca numărăm uşile în ordinea: 1, 3, 5, … 4n-3, 4n-1, 2, 4, … , 4n-2, 4n, ce număr are uşa ce se află pe poziţia a 42-a?

Prof. Adrian Nemeş, Timişoara

2. Comparaţi numerele: $a = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009}$ şi $b = 5^{862} - 4 \cdot 5^{861}$.

Gazeta Matematică 10 / 2009

3. La împărţirea a două numere naturale a şi b, câtul este jumătate din împărţitor, iar restul este un sfert din cât. Ştiind că suma dintre împărţitor, cât şi rest este 104, aflaţi numerele a şi b.

Prelucrare Gazeta Matematică 7-8-9 / 2009

4. Arătaţi că suma tuturor pătratelor perfecte de 3 cifre nu poate fi pătrat perfect.

Prof. Adrian Nemeş, Timişoara

CLASA A VI-A

1. Se consideră numerele raţionale x, y, z astfel încât să aibă loc egalitatea: $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x} = 1$.

Arătaţi că :
a) $xyz \neq 0$;
b) numărul $A = \frac{y}{x+y} + \frac{z}{y+z} + \frac{x}{z+x}$ este natural.

Gazeta Matematică 7-8-9 / 2009

2. Demonstraţi că niciun număr natural nu poate fi scris ca o sumă de două numere raţionale reprezentate prin două fracţii ireductibile cu numitori diferiţi

Gazeta Matematică 1/2010

3. Fie punctele A_0, O, A_n – coliniare în această ordine. De aceeaşi parte a dreptei A_0A_n, construim semidreptele $(OA_1, (OA_2, ...(OA_{n-1}$ în această ordine (în sens contrar acelor de ceasornic), astfel încât $m(\sphericalangle A_0OA_1) = 5^o$, $m(\sphericalangle A_1OA_2) = 2 \cdot 5^o$, … , $m(\sphericalangle A_{n-1}OA_n) = n \cdot 5^o$.

a) Determinaţi valoarea lui n.

b) Determinaţi măsura unghiului dintre bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_3OA_4$ şi bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_6OA_7$.

c) Determinaţi toate unghiurile drepte $\sphericalangle A_iOA_j$. Justificaţi.

Prof. Adrian Nemeş, Timişoara

4. Fie ΔABC dreptunghic în B şi [AM bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC, M \in (BC)$.

a)Dacă $MP \perp AC$, $P \in AC$, arătaţi că $[TB] \equiv [TP]$ pentru orice punct $T \in AM$.

b)Dacă MP intersectează pe AB în Q, arătaţi că $AM \perp QC$.

Prof. Adrian Nemeş, Timişoara

Concursul Interjudețean de matematică Traian Lalescu, Timişoara 16 – 28 .03.2009

Cei mai buni dintre elevii județului nostru au participat, ca în fiecare an, la Concursul interjudețean Traian Lalescu, organizat şi găzduit în acest an de Universitatea de Vest din Timişoara ; subiectele au fost alese, la această ediție, din propunerile făcute de profesori din cele patru județe participante. Ca şi județele Arad şi Hunedoara, județul nostru a obținut 12 premii şi mențiuni, după cum urmează :

Nume, prenume elev	Şcoala	Profesor	Premiu
Teodorescu Iulia	Şc.Gen.nr.2 Reşița	Mariana Drăghici	M
Neațu Monica	Şc.Gen.nr.2 Reşița	Marius Şandru	M
Ciulu Miruna	Şc.Gen.nr.6 Reşița	Susana Simulescu	II
Dinulică Augustin	Lic.Ped.Caransebeş	Antoanela Buzescu	M
Ştefănescu Andrei	Şc.Gen.nr.1 Oțelu-Roşu	Heidi Feil	M
Țeudan Adina	Şc.Gen.nr.2 Reşița	Mariana Drăghici	M
Stoicănescu Gelu	Lic. Traian Doda	Adrian Dragomir	III
Semenescu Anca	Lic.Ped.Caransebeş	Dorina Humița	M
Zanfir Cristian	Lic. Traian Doda	Delia Dragomir	III
Cococeanu Oana	Lic. Oțelu – Roşu	Lucian Dragomir	M
Stăniloiu Ovidiu	Lic. Tata Oancea Bocşa	Nicolae Stăniloiu	III
Borlovan Călin	Lic. Traian Doda	Iacob Didraga	M

Concursul Județean al Revistei de Matematică Caraş-Severin, Ediția a VI-a

Regulament (modificat față de cel anterior, aşadar lecturați!)

Ediția a VI-a a Concursului Revistei demarează acum, cu problemele propuse în acest număr. Fiecare elev trebuie să rezolve(subliniem din nou: **singur!;** altfel e posibil să vă treziți calificați la concurs şi acolo să nu faceți mare lucru, dați naştere la întrebări şi credem că nici n-o să vă simțiți prea bine), aşadar să rezolve cât mai multe probleme de la clasa sa, de la clasa precedentă sau de la orice clasă superioară.

Redactați îngrijit(ne adresăm în primul rând elevilor) fiecare problemă pe câte o foaie separată*(enunț + autor + soluție + numele vostru +clasa)*, completați talonul de concurs de pe ultima copertă a revistei şi trimiteți totul într-un plic format *coală ministerială*, adresat astfel **(FOARTE IMPORTANT)**:

Prof. Lucian Dragomir, Grup Şcolar Industrial Oțelu-Roşu, str.Republicii 10-12, 325700, Oțelu-Roşu, Caraş-Severin (*în colțul din dreapta jos a plicului*), cu mențiunea **"**probleme rezolvate, clasa …." (*în colțul din stânga jos,* ***scrieți evident clasa în care sunteți!!!***).

Colțul din *stânga sus* vă este rezervat(expeditor), acolo vă scrieți numele, prenumele, adresa. Insistăm asupra trimiterilor în plic (nu în folii de plastic) şi asupra respectării cu strictețe a termenelor finale indicate de fiecare dată - plicurile primite după data limită nu vor fi luate în considerare. Revenim: redactați complet, justificați, răspundeți exact la cerința problemei.

Subliniem: *Concizia şi claritatea redactării vor fi luate în considerare pentru eventuale departajări*!!!(aceasta este evident valabil şi pentru concursul efectiv).

Rezolvări poate trimite orice elev, indiferent de județul în care învață, el va apărea ca şi rezolvitor cu punctajul corespunzător, însă la Concursul RMCS pot fi invitați, cel puțin deocamdată, doar elevii județului Caraş-Severin. Ne cerem scuze pentru acest inconvenient elevilor şi colegilor din țară.

După data limită de trimitere a soluțiilor, acestea sunt evaluate şi în numărul următor al revistei vor fi publicați toți rezolvitorii cu punctajele obținute.

La ediția a VI-a a concursului vor fi selectați concurenții în funcție de punctajele obținute din rezolvarea problemelor publicate în numerele 31, 32, 33 şi 34 ale revistei noastre. În jurul datei de 20 ianuarie 2011 se va întocmi clasamentul general(prin însumarea punctelor obținute) şi astfel primii clasați vor fi invitați, împreună, ca şi în acest an, să participe la concurs; acesta va avea loc în luna februarie sau martie, într-un oraş care va fi anunțat în timp util.

Deasemenea, **dacă dintr-o aceeaşi şcoală au punctaj de calificare mai mult de 5 elevi la aceeaşi clasă, va fi organizat un baraj pentru departajare la nivelul şcolii respective.**

Subiectele vor fi alese tot din probleme de genul **RMCS** sau **G.M.** sau ceva cât de cât nou. Veți remarca, desigur, că unele probleme pe care vi le propunem sunt din numere mai vechi ale Gazetei Matematice, în speranța că vă vom trezi interesul pentru una dintre cele mai serioase şi vechi reviste de matematică din lume. Abonați-vă la ***Gazeta Matematică***, sigur veți avea numai de câştigat!

Din nou, spor la treabă tuturor: elevi, profesori, părinți sau prieteni!

(*Informații suplimentare se pot obține la: prof.Ovidiu Bădescu, tel: 0741017700 sau prof. Lucian Dragomir, tel: 0255/530303 sau 0722/883537, e-mail: lucidrag@yahoo.com).* ■

Probleme rezolvate din RMCS nr. 29

V.150 Determinați numerele de forma $\overline{abc}$ ştiind că $\overline{abc} + abc = 138$

Prof. Otilia Bejan, Reşița

Soluție: Dacă $a \geq 2$, suma din stânga este mai mare decât 200, aşadar $a = 1$. Deducem astfel $10b + c + bc = 38 \Rightarrow b \leq 3$. Se analizează imediat cazurile posibile şi ajungem la numerele cerute: 132 şi 126. □

V.155 Dacă *a, b, c* sunt numere naturale pentru care $2a + b + c = 55$ şi $3a + 2b + c = 86$, calculați $5a + 4b + c$.

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

Soluție: Vom rezolva problema mai generală: $\begin{cases} 2a + b + c = m & (1) \\ 3a + 2b + c = n & (2) \end{cases}$.

Chiar dacă metoda depăşeşte tehnicile de clasa a V a, credem că poate fi instructivă şi următoarea rezolvare: scădem (1) din (2) şi avem: $b = n - m - a$. Din (1) avem apoi: $c = 2m - n - a$ şi astfel $N = 5a + 4b + c = 5a + 4(n - m - a) + 2m - n - a = 3n - 2m$. În cazul nostru avem: $N = 3 \cdot 86 - 2 \cdot 55 = 148$. □

V.156 Ordonați crescător numerele: $a = 3^{21}$, $b = 2^{31}$, $c = 3^{18}$.

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

Soluție: $a = 3^{21} = 3 \cdot 9^{10} > 2 \cdot 8^{10} = b = 2^{31}$. Pe de altă parte, $b = 2 \cdot 32^6 > 27^6 = c$. Ordinea cerută este aşadar: *c, b, a.* □

V.157 La un concurs de cunoştințe generale se primesc 4 puncte pentru un răspuns corect şi se pierde 1 punct pentru un răspuns greşit. După 50 de întrebări, Răzvan are 0 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat Răzvan?

OJ Gorj, 2000

Soluție: Notăm cu *c* numărul răspunsurilor corecte, iar cu *g* cel al răspunsurilor greşite. Avem astfel: $c + g = 50$ şi $4 \cdot c - 1 \cdot g = 0$. Imediat se ajunge la $c = 10$. □

V.158 Arătați că dacă $2n+1$ şi $3n+1$, $n \in \mathbb{N}$ sunt simultan pătrate perfecte, atunci *n* este multiplu de 5. Dați un exemplu de număr natural nenul *n* pentru care $2n+1$ şi $3n+1$ sunt pătrate perfecte.

Prof. Dorel Mihet, Timişoara

Soluție: a) Concluzia problemei indică şi modul de abordare: studiem ce se întâmplă în funcție de resturile împărțirii lui *n* la 5.

(1) Dacă $n=5k+1$, atunci $a=2n+1=10k+3$ are ultima cifră 3, deci nu poate fi pătrat perfect; (2) dacă $n=5k+2$, atunci $b=3n+1=15k+7$ are ultima cifră 2 sau 7, deci nu poate fi pătrat perfect; (3) dacă $n=5k+3$, atunci *a* are ultima cifră 7; (4) dacă $n=5k+4$ avem că *b* are ultima cifră 3 sau 8; (5) dacă $n=5k$, atunci $a=10k+1, b=15k+1$ pot fi simultan pătrate perfecte. Aşadar, *dacă există n* pentru care *a* şi *b* sunt simultan pătrate perfecte, atunci *n* este multiplu de 5.
(2) se constată acum că problema are sens, adică există *n* multiplu de 5 cu proprietăţile din enunţ, de exemplu $n=0$ sau $n=40$. □

VI.151 Determinaţi numerele naturale *a* şi *b* pentru care $2^a+3^b=244$.

Prof. Marius Şandru, Reşiţa

Soluţie: dacă $a\geq 1$, membrul stâng este un număr impar, pe când cel drept este număr par, aşadar egalitatea este imposibilă. Deducem astfel că $a=0$, apoi imediat ajungem la $b=5$. □

VI.152 Dacă $x,y\in\mathbb{N}^*$, $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$, calculaţi $B=\frac{12x^2+18y^2}{35xy}$.

Prof. Marius Şandru,Reşiţa

Soluţie: $x,y\in\mathbb{N}^*$, $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}\overset{not.}{=}k\Rightarrow x=2k, y=3k$. Prin înlocuire, se obţine imediat $B=1$. □

VI.154 Determinaţi ultimele două cifre ale numărului

$$A=3+3^2+3^3+...+3^{2007}+3^{2008}$$

OL Botoşani, 2009

Soluţie: $A=(3+3^2+3^3+3^4)+...+(3^{2005}+3^{2006}+3^{2007}+3^{2008})=$
$=120\cdot\left(1+3^4+...+3^{2004}\right)$. Fiecare dintre cei 502 termeni ai sumei din paranteză se termină în 1, deci paranteza se termină în 2. Ultimele două cifre ale lui *A* sunt astfel 40. □

VI.156 Determinaţi numerele întregi *a, b, c* pentru care

$$3a+bc=0 \text{ şi } \frac{a+b}{2a+1}=\frac{b+c}{2b-5}=\frac{c+a}{2c+4}$$

Prof. Lucian Dragomir, Oţelu – Roşu

Soluţie: Observăm că
$\frac{a+b}{2a+1}=\frac{b+c}{2b-5}=\frac{c+a}{2c+4}=\frac{a+b+b+c+c+a}{2a+1+2b-5+2c+4}=1$ şi ajungem imediat

la $b=a+1, c=a-4$, de unde prima egalitate din ipoteză conduce la $a^2=4$ şi astfel tripletele (a,b,c) căutate sunt $(2,3,-2)$ şi $(-2,-1,-6)$. □

VI.158 La un cerc de matematică profesorul are pregătite $3n+9$ probleme pe care le împarte în mod egal celor $2n+2$ elevi ($n\in\mathbb{N}$). Aflaţi numărul elevilor prezenţi la cerc, ştiind că acesta este mai mare decât 10.

OJ Constanţa, 2000

Soluţie: Avem evident condiţia $\frac{3n+9}{2n+2}\in\mathbb{N}$, deci se impune $(2n+2)/(3n+9)$. Deducem astfel: $(2n+2)/(2a-3b)$, unde $a=3n+9, b=2n+2$, aşadar: $(2n+2)/12$. Cum $2n+2>10$, ajungem la $2n+2=12$ elevi. □

VII.150 Determinaţi cel mai mic număr natural *n* pentru care $\frac{1}{n}<\frac{11-\sqrt{105}}{2}$.

Prof. Loreta Ciulu, Reşiţa

Soluţie: Deoarece $10<\sqrt{105}<11$, ajungem imediat la $\frac{1}{2}>\frac{11-\sqrt{105}}{2}>0$ şi astfel $\frac{1}{n}<\frac{1}{2}\Rightarrow n\geq 3$. Se arată acum (!!!) că $n=3$ verifică inegalitatea din enunţ, deci $n=3$ este numărul căutat. □

VII.151 Demonstraţi că:

$$\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+...+\frac{n+2}{n(n+1)}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+...+\frac{1}{n}\right)<2,\ \forall n\in\mathbb{N}, n\geq 2$$

OL Botoşani, 2009

Soluţie (Miruna Ciulu): Notăm cu *S* suma din membrul stâng şi grupări convenabile conduc la:

$$S=\left(\frac{3}{1\cdot 2}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{4}{2\cdot 3}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{5}{3\cdot 4}-\frac{1}{4}\right)+...+\left(\frac{n+1}{(n-1)\cdot n}-\frac{1}{n}\right)+\frac{n+2}{n(n+1)}.$$

Observăm că, pentru $k\in\{2,3,...,n\}$ avem: $\frac{k+1}{(k-1)\cdot k}-\frac{1}{k}=...=\frac{2}{(k-1)\cdot k}$

şi astfel avem: $S=2\cdot\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{(n-1)\cdot n}\right)+\frac{n+2}{n\cdot(n+1)}$ sau

$$S=2\cdot\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\frac{n+2}{n\cdot(n+1)}=$$

$$S=2\cdot\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{n+2}{n\cdot(n+1)}=\frac{2(n+1)(n-1)+n+2}{n(n+1)}\Rightarrow$$

$$S=\frac{2n^2+n}{n^2+n}<\frac{2n^2+2n}{n^2+n}=2.$$ □

VII.152 Determinați $n\in\mathbb{Z}$ pentru care $\left(\frac{n-2008}{2010}+\frac{n-2010}{2008}\right)\in\mathbb{Z}$

OL Botoşani, 2009

Soluție:

$$A=\left(\frac{n-2008}{2010}+\frac{n-2010}{2008}\right)\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow A-2=\left(\frac{n-2008}{2010}-1+\frac{n-2010}{2008}-1\right)\in\mathbb{Z}$$

adică $(n-4018)\cdot\left(\frac{1}{2010}+\frac{1}{2008}\right)\in\mathbb{Z}$ sau $(n-4018)\cdot\frac{2009}{2010\cdot1004}\in\mathbb{Z}$.

Cum $(2010,2009)=1$ şi $(2009,1004)=1$, este necesar să avem $n-4018=2010\cdot1004\cdot k$, deci $n=2010\cdot1004\cdot k+4018, k\in\mathbb{Z}$. Este şi suficient ? □

VII.154 Arătați că nu există numere naturale *a* şi *b* pentru care numărul $A=4^a+4^b+2^a+2^b+2^{a+b+1}$ este pătrat perfect.

OJ Alba, 2000

Soluție: Pentru uşurința scrierii, notăm $2^a=k, 2^b=p$ şi avem imediat $A=k^2+p^2+k+p+2kp=(k+p)^2+(k+p)=(k+p)(k+p+1)$.

Deoarece un produs de numere naturale nenule consecutive nu poate fi pătrat perfect (justificați !), problema este rezolvată. □

VIII.150 Volumul unui paralelipiped dreptunghic este $1\ cm^3$. Arătați că mărindu-i fiecare dimensiune cu 1 cm, volumul noului paralelipiped este cel puțin $8\ cm^3$.

Red. RMCS

Soluție: Dacă *a,b,c* sunt dimensiunile paralelipipedului inițial, folosind inegalitatea mediilor, avem că volumul noului paralelipiped este $V=(a+1)(b+1)(c+1)\geq 2\sqrt{a}\cdot2\sqrt{b}\cdot2\sqrt{c}=8$. □

VIII.154 Determinați numerele reale *x* şi *y* pentru care:

$$\sqrt{(5-x)(2x-y)}+\sqrt{(x+y)(3-2x)}=4$$

OJ Dâmbovița, 2000

Soluție: Folosind din nou egalitatea mediilor, avem:

$$\sqrt{(5-x)(2x-y)}\leq\frac{5-x+2x-y}{2} \text{ şi } \sqrt{(x+y)(3-2x)}\leq\frac{x+y+3-2x}{2}.$$

Prin adunarea acestor inegalități se ajunge la $4\leq4$, aşadar egalitatea este posibilă dacă avem egalități în inegalitățile anterioare, de unde ajungem la $5-x=2x-y$ şi $x+y=3-2x$, de unde $x=\frac{4}{3}, y=-1$. □

VIII.157 Se consideră un tetraedru regulat cu muchia de lungime 3, iar pe suprafața acestuia se consideră 37 de puncte.Arătați că printre aceste puncte există două astfel încât distanța dintre ele este cel mult egală cu 1.

Concurs Iaşi 2009

Soluție: Folosind principiul lui Dirichlet, deoarece tetraedrul are 4 fețe, deducem că pe una dintre fețe sunt cel puțin 10 puncte; aceasta este triunghi echilateral de latură 3 şi o împărțim în 9 triunghiuri echilaterale de latură 1. Folosind din nou principiul cutiei, avem că există cel puțin două puncte situate în interiorul unui astfel de triunghi, deci distanța dintre acestea este cel mult egală cu latura triunghiului, adică 1 . □

VIII.159 Fie triunghiul *ABC* şi punctul *D* situat pe latura *[BC]*. Arătați că: $AB\cdot DC+AC\cdot BD\geq AD\cdot BC$.

Concurs Iaşi 2009

Soluție: Construim $DE // AB, DF // AC, E\in(AC), F\in(AB)$. Deducem imediat $\Delta CDE\sim\Delta CBA\Rightarrow\frac{CD}{CB}=\frac{DE}{AB}\Rightarrow AB\cdot CD=CB\cdot DE$ (1).

La fel, $\Delta BFD\sim\Delta BAC\Rightarrow\frac{BD}{BC}=\frac{DF}{CA}\Rightarrow BD\cdot AC=BC\cdot DF$ (2).

Cum *AEDF* este paralelogram, avem $DE=AF$ (3). Acum, în triunghiul *ADF* avem:

$$AF+DF>AD\overset{(3)}{\Rightarrow}DE+DF>AD\overset{(1),(2)}{\Rightarrow}$$
$$AB\cdot DC+AC\cdot BD=BC(DE+DF)>AD\cdot BC.$$ □

Probleme propuse
(se primesc soluții până în data de 28 mai 2010, nu mai târziu!)

Clasa I

I.41 Găsiți numerele care trebuie puse în locul literelor *a, b, c* din următoarele exerciții: $4+a=9$, $8-a-b=1$ şi $b+2+c=10$.

I.42 Radu are 3 ani, fratele său, Daniel, are cu 4 ani mai mulți, iar mama lor are atâția ani câți vor avea împreună cei doi copii peste 10 ani. Câți ani va avea mama copiilor peste 5 ani ?

I.43 Care este ordinea a trei copii, Ionuț, Andrei şi Maria aflați la rând pentru a cumpăra îngheţată, ştiind că Andrei nu este primul şi Ionuț nu va lua îngheţată înaintea lui Andrei?

Inst. Nicoleta Marcu, Reşiţa

I.44 Care sunt numerele naturale care adunate cu 15 dau suma mai mică decât precedentul lui 19 ?

Prof. Neta Novac, Reşiţa

I.45 Într-un coş sunt mere, pere şi gutui, în total 24 de fructe. Mere şi pere sunt 17. Pere şi gutui sunt 15.
Câte fructe sunt de fiecare fel?

Inst. Cristina Ardeleanu, Reşiţa

I.46 Într-o clasă sunt 9 băieți. Dacă ar mai fi 3 băieți, atunci numărul băieților ar fi egal cu numărul fetelor.
Câți copii sunt în acea clasă?

Inst. Cristina Ardeleanu, Reşiţa

I.47 Monica a observat că dacă ea şi sora ei vor mânca fiecare câte 2 bomboane, îi vor rămâne 6 bomboane. Câte bomboane are Monica?

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşiţa

I.48 Dacă de pe un raft se iau 20 de cărți, numărul cărților rămase este cu 3 mai mare decât numărul cărților luate.
Câte cărți se află pe acel raft?

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşiţa

I.49 În clasa I sunt 25 de elevi. Dacă pleacă 3 băieți şi 2 fete, rămân tot atâtea fete cât băieți.
Câte fete sunt în clasă?

Înv. Elisaveta Vlăduț, Reşiţa

I.50 Completați următoarele şiruri de numere:
a) 112, 224, 336, ...
b) 212, 3223, 43334, ...
c) 1213, 1324, 1435, ...
Explicați în fiecare caz de ce ați ales numărul respectiv.

Inst.Daniela Azamfirei Marinca, Moldova – Nouă

Clasa a II-a

II.41 Cu cât este mai mare suma numerelor 159 şi 346 decât diferența numerelor 402 şi 246 ?

Prof. Neta Novac, Reşiţa

II.42 Raluca a colorat ieri 8 pagini dintr-o carte, iar azi a colorat cu 14 pagini mai multe.
Câte pagini a colorat astăzi? Câte pagini a colorat în cele două zile?
Dacă întreaga carte are 60 de pagini, câte pagini mai are de colorat?

Inst. Mihaela Mregea, Reşiţa

II.43 Suma a două numere este 158. Ştiind că jumătatea primului număr este 62, aflați cele două numere. *Inst. Mihaela Mregea, Reşiţa*

II.44 Suma a trei numere este 846. Primul număr este cu 86 mai mare decât al treilea, iar suma primelor două numere este 658. Aflați numerele.

Prof. Costa Moatăr, Reşiţa

II.45 Cosmin vrea să meargă într-o excursie care costă 420 lei, dar îi lipsesc 80 lei. Bunicul îi dă o sumă de bani, iar Cosmin constată că îi rămân 120 lei pentru cumpărături.Câți lei i-a dat bunicul?

Prof. Costa Moatăr, Reşiţa

II.46 Într-o livadă sunt meri, nuci şi 17 peri. Ştiind că numărul perilor este cu 10 mai mic decât cel al merilor şi cu 7 mai mare decât cel al nucilor, să se afle câți pomi sunt în total în livadă.

Inst. Cristina Ardeleanu, Reşiţa

II.47 Din şcoala noastră au plecat în vacanța de vară la munte 35 băieți şi 24 fete, iar la mare, 32 băieți şi 29 fete.

Unde au plecat mai mulți copii şi cu cât?

Inst. Cristina Ardeleanu, Reşița

II.48 Bunica Ileana are doi nepoți care o ajută la strânsul nucilor. Mihai a adunat într-un coş 156 de nuci, iar Nistor a adunat în alt coş 137 de nuci. Din coşul lui Mihai se iau 50 de nuci, iar în coşul lui Nistor se adaugă 50 de nuci.

a) Câte nuci sunt acum în cele două coşuri ?

b) Câte nuci ar trebui luate din coşul lui Nistor pentru a rămâne jumătate din câte nuci are Mihai?

Inst. Desanca Tismanar, Moldova – Nouă

II.49 Suma dintre un număr N şi dublul său este 24. Cât este suma dintre numărul N şi jumătatea sa ?

Inst.Daniela Azamfirei Marinca, Moldova – Nouă

II.50 Dintr-un şir de mai multe cuvinte, stabilim să tăiem cuvântul care nu are proprietatea pe care celelalte cuvinte o au .

Arătați, justificând răspunsul, că din şirul de cuvinte

cal, oaie, porc, rață, vacă , putem tăia succesiv cel puțin trei cuvinte.

Prof. Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

Clasa a III-a

III.41 Ioana, Maria şi Cristina au primit cadou trei păpuşi cu rochițe de culori diferite: una roşie, una galbenă şi una albă. Stiind că fiecare fetița primeşte o singură păpuşă, şi Ioana nu primeşte păpuşa cu rochiță roşie şi nici pe cea albastră iar Cristina nu primeşte păpuşa cu rochiță roşie, să se afle ce culoare are rochița păpuşei pe care o primeşte cadou fiecare fetiță.

Prof. Lavinia Moatăr, Caransebeş

III.42 Suma dintre un număr, dublul lui, triplul şi împătritul său este cel mai mic număr natural de trei cifre. Care este numărul?

Inv . Elisaveta Vlăduț, Reşița

III.43 Câte numere de patru cifre încep şi se termină cu cifra 5?

Prof. Neta Novac, Reşița

III.44 În două lăzi s-au pus mere. Dacă din prima ladă se iau 9 mere şi se pun în a doua ladă ,atunci în fiecare vor fi câte 40. Câte mere au fost la început în fiecare ladă ?

Prof. Neta Novac, Reşița

III.45 Maria şi Petrişor locuiesc pe aceeaşi parte a unei străzi, fiind despărțiți de 9 case**.** De la casa Mariei şi până la capătul străzii se află 29 case, inclusiv casa lui Petrişor, iar de la casa lui Petrişor şi până la celălalt capăt al străzii sunt 24 case, inclusiv casa Mariei.

Ştiind că pe ambele părți ale străzii se află acelaşi număr de case, să se afle câte case sunt pe acea stradă!

Inv . Elisaveta Vlăduț, Reşița

III.46 O familie are 4 copii.Niciunul nu are mai mult de 10 ani.Produsul vârstelor copiilor este 64, iar suma vârstelor este 15.

Câți ani are fiecare copil?

Prof. Neta Novac, Reşița

III.47 Dintr-un număr, luăm sfertul său şi încă 44 şi obținem dublul numărului 55.Care a fost numărul pe care l-am micşorat?

Înv. Ana Modoran, Reşița

III.48 Cinci prieteni se joacă. ALIN spune:

- Numărul meu de cod este cel mai mare număr natural de patru cifre distincte (fiecare literă a numelui reprezintă o cifră).

Ce număr de cod au ceilalți copii: ANI, INA, LINA, LILI?

Inst.Nicoleta Marcu , Reşița

III.49 Care dintre următoarele numere nu are proprietatea pe care o satisfac celelalte patru numere : 161, 251, 352, 413 şi 530 ? Justificați.

Inst.Daniela Azamfirei Marinca, Moldova – Nouă

III.50 Pisicile născute din motan alb şi pisică neagră sunt mincinoase, iar cele născute din motan negru şi pisică albă spun adevărul.

Un câine, prieten al pisicilor, a întrebat o pisică: *Ce fel de tată ai tu, alb sau negru ?* Pisica a răspuns şi a fugit.

Din păcate, cățelul nu a auzit răspunsul şi a întrebat o altă pisică, prezentă la discuția anterioară : *Ce fel de tată a spus că are ?*

A spus că are tatăl negru – a zis a doua pisică.

Ce fel de tată are a doua pisică?

* * *

Clasa a IV-a

IV.170 Se consideră exercițiul $5 \cdot 8 : 4 + 7 - 3$. Folosiți paranteze pentru a obține, pe rând, rezultatele 5, apoi 14.

Prof. Sanda – Florica Nițoi, Jimbolia, Timiş

IV.171 Să se împartă 100 lei la 3 persoane astfel încât primii doi să primească împreună 65 lei, iar ultimii doi , tot împreună, să primească 56 lei.

Prof. Mircea Iucu, Reşița

IV.172 Diferența a două numere este 500, iar câtul lor este 6.Aflați numerele.

Inst. Măriuța Benga, Reşița

IV.173 Mihai citeşte în două zile 72 pagini dintr-o carte. El constată că, dacă în prima zi ar fi citit de 2 ori mai multe pagini decât a citit în acea zi, iar în a doua zi ar fi citit jumătate din numărul paginilor citite a doua zi, ar fi citit tot 72 pagini. Câte pagini a citit Mihai în fiecare zi?

Inv . Elisaveta Vlăduț, Reşița

IV.174 Raluca şi Lucia au împreună 792 cărți. Dacă Raluca i-ar împrumuta Luciei 36 cărți, aceasta ar avea triplul cărților rămase Ralucăi.
Câte cărți are fiecare?

Inst. Mariana Mitrică, Reşița

IV.175 Dani avea 260 timbre în două clasoare.După ce i-a dat lui Denis 90 timbre, în primul clasor i-au rămas trei sferturi din numărul timbrelor pe care le-a avut la început, iar în al doilea clasor, jumătate.
Câte timbre a avut Dani în fiecare clasor?

Inst. Mariana Mitrică, Reşița

IV.176 Suma a trei numere naturale este 648. Dacă adunăm la cele trei numere respectiv trei numere naturale consecutive, obținem 52, 189 şi 434. Aflați numerele.

Înv. Ana Modoran, Reşița

IV.177 Aurel, Mircea şi Sorin au împreună 550 lei. Aurel are cu 45 lei mai mult decât Mircea, iar Sorin cât triplul lui Aurel.
Câți lei are fiecare copil ?

Prof. Neta Novac, Reşița

IV.178 Doi frați, Horațiu şi Marcel au împreună 240 lei. Aflați câți lei are fiecare, ştiind că dacă Marcel şi-ar tripla banii şi la ei ar adăuga banii lui Horațiu, ar obține o sumă de zece ori mai mare decât suma lui Horațiu.

Înv. Ana Modoran, Reşița

IV.179 Bunica Maria are 30 de bomboane şi le împarte nepoatelor sale, Ana, Ioana, Rodica, după cât de cuminți au fost ele în luna martie (şi-au făcut temele devreme, şi-au ascultat părinții, nu au stat seara târziu la televizor, au ajutat la treburile gospodăreşti, ...).

a) Ce ați mai putea adăuga în paranteză ?

b) Bunicul îşi întreabă nepoatele câte bomboane a primit fiecare şi acestea i-au răspuns:

Ana : Eu am primit jumătate din câte a primit Ioana.

Rodica: Eu am primit de 3 ori mai multe bomboane decât a primit Alina.

Găsiți cine a fost cea mai cuminte şi câte bomboane a primit.

Prof. Adriana Dragomir, Oțelu – Roşu

Clasa a V-a

V.170 Luni, 10 cutii se numerotează cu numere naturale de la 1 până la 10, fiecare cutie cu alt număr. Marți, se aşează în fiecare cutie un acelaşi număr de bomboane. Miercuri, în fiecare cutie se mai pun bomboane, după regula : în cutia cu numărul n se pun $2n+1$ bomboane.

a) Arătați că miercuri seara numărul total de bomboane din cele 10 cutii nu putea fi 2009 ;

b) Calculați câte bomboane au fost aşezate marți în fiecare cutie, dacă miercuri seara numărul total de bomboane din cele 10 cutii a fost 2010.

Prof. Daniel Sandu, Deta, Timiş

V.171 Împărțind numărul natural a la numărul natural b, obținem câtul 9 şi restul 29. Dacă $a-b \le 280$, determinați numerele a şi b ştiind că $a^{2010}+b^{2010}$ este divizibil cu 5.

Prof. Mariana Drăghici, Reşița

V.172 Doi frați au economisit fiecare câte o sumă de bani. Aflați ce sumă are fiecare, dacă dublul sumei unuia dintre frați este de cinci ori mai mare decât suma celuilalt, iar diferența sumei lor este de 150 lei.

Prof. Mirela Rădoi, Reşița

V.173 Se consideră şirul de numere naturale: 2, 5, 8, 11, 14, ...

a) Arătaţi că 2009 este termen al acestui şir şi aflaţi al câtelea termen este.

b) Calculaţi suma primilor 101 termeni ai şirului considerat.

Prof. Anca Goşa, Reşiţa

V.174 Se consideră numerele $A = 1 + 3 + 5 + ... + 2005 + 2007 + 2009$ şi $B = 2 + 4 + 6 + ... + 2006 + 2008 + 2010$. Arătaţi că:

a) $A < B$;

b) între A şi B nu există niciun pătrat perfect.

Prof. Marius Şandru, Reşiţa

V.175 Două prietene au plecat să cumpere fructe. Alina a cumpărat 3 kg de mere, 2 kg de struguri, 1 kg de banane şi a plătit 20 de lei. Lucia a cumpărat 1 kg de mere, 3 kg de struguri, 5 kg de banane şi a plătit 37 de lei.

a) Aflaţi cât costă, împreună, 1 kg de struguri, 1 kg de mere şi 1 kg de banane;

b) Dacă 1 kg de banane costă cât 2 kg de mere, calculaţi cât costă 1 kg de struguri.

(Observaţie: Preţul unui kilogram de fructe este exprimat printr-un număr natural).

Prof. Adriana Dragomir, Oţelu – Roşu

V.176 Arătaţi că numărul $a = 27^n \cdot 10^{9m+2}$, unde $m, n \in \mathbb{N}$, poate fi scris ca suma cuburilor a patru numere naturale.

Prof. Pavel Rîncu, Dalboşeţ

V.177 Trei prieteni , George, Mihai şi Vasile au învăţat câte o poezie diferită scrisă de poeţi diferiţi: George Coşbuc, Mihai Eminescu, respectiv Vasile Alecsandri.

Se ştie că:

a) Unul singur dintre prieteni a învăţat poezia scrisă de poetul cu acelaşi prenume ca şi al lui;

b) George nu a învăţat poezia scrisă de Vasile Alecsandri;

c) Vasile nu a învăţat poezia scrisă de Mihai Eminescu.

Găsiţi autorul poeziei învăţate de fiecare dintre cei trei prieteni.

Prof. Lucian Dragomir, Oţelu – Roşu

V.178 Un catren este o poezie scurtă formată din patru versuri.

Andreea are la dispozitie 10 zile pentru a învăţa o poezie. În prima zi învaţă 7 catrene, în ziua următoare 14, apoi 7, apoi 14 şi tot aşa timp de opt zile. În cea de a 9 şi a 10 zi, Andreea învaţă acelaşi număr de catrene ca într-una din zilele precedente.

Ştim că poezia are mai puţin de 100 de catrene, putem însă găsi câte versuri are ?

Prof. Iulia Cecon, Oţelu – Roşu

V.179. Un sistem de codificare pentru alfabetul românesc foloseşte următoarele reguli :

1) pentru scrierea vocalelor *a, e, i, o, u* se folosesc, respectând ordinea, cifrele *1, 3, 5, 7, 9* ;

2) pentru consoanele *b ,c, d, f* se foloseşte cifra 2, pentru consoanele de la *g* la *l* se foloseşte cifra 4, pentru cele de la *m* la *r* – cifra 6, iar pentru consoanele de la *s* la *z* , cifra 8(de exemplu, cuvântul *mama* se codifică prin numărul *6161*).

a) Codificaţi textul : *Tata are trei fete.*

b) Decodificaţi (traduceţi) mesajul următor, ştiind că reprezintă o afirmaţie matematică adevărată, care se referă la numere: *8635 6498 969 3414 61869.*

c) Arătaţi că există cel puţin patru cuvinte diferite de câte trei litere care se codifică la fel.

Prof. Lucian Dragomir, Oţelu – Roşu

Clasa a VI-a

VI.170 Aflaţi suma numerelor naturale cuprinse între 1600 şi 2010 care, împărţite la 28 dau restul 17 şi împărţite la 21 dau restul 10.

Prof. Mariana Drăghici, Reşiţa

VI.171 Fratele cel mare ajunge la şcoală în 20 minute, iar cel mic în 30 minute, amândoi mergând pe jos.După câte minute ajunge fratele cel mare pe frăţiorul său, dacă acesta a plecat cu 5 minute înaintea sa.

Prof. Mircea Iucu, Reşiţa.

VI.172 Diferenţa măsurilor a două unghiuri adiacente $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ este egală cu 32^o. Dacă măsura unghiului format de bisectoarele lor este egală cu 75^o, aflaţi măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$.

Prof. Mirela Rădoi, Reşiţa

VI.173 O cutie goală cântăreşte 200 grame. În cutie se aşează cuburi roşii şi cuburi albastre. Un cub roşu cântăreşte 3 grame, iar un cub albastru cântăreşte 7 grame. Câte cuburi sunt în cutie, dacă aceasta cântăreşte acum 275 grame ?

(Găsiţi toate soluţiile problemei)

Prof. Dana Emilia Schiha, Berzasca

VI.174 Fie $n \in \mathbb{N}^*$ şi punctele $A_0, A_1, A_2, ..., A_n$ coliniare, în această ordine, astfel încât

$$A_0A_1 = \frac{1}{n},\ A_1A_2 = \frac{2}{n},\ A_2A_3 = \frac{3}{n},\ \dots,\ A_{n-1}A_n = 1.$$

c) Aflaţi numărul n ştiind că $A_0A_n = 1005$.

d) Pentru n determinat la a), calculaţi numărul tuturor segmentelor $[A_kA_j]$, unde *k* şi *j* sunt numere naturale nenule, diferite, cel mult egale cu n.

Prof. Vasile Chiş, Reşiţa

VI.175 Se consideră un unghi $\sphericalangle AOB$ cu măsura de 120^o, $[OM$ bisectoarea lui şi unghiul $\sphericalangle BOC$ astfel încât punctele *C, O, M* să fie coliniare. Dacă punctul *P* se află pe bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$, aflaţi măsura unghiului $\sphericalangle AOP$.

Prof. Vasile Chiş, Reşiţa

VI.176 Dacă *m* şi *n* sunt numere naturale nenule, scriem succesiv toate numerele naturale de la 1 la $m \cdot n$ într-un tabel dreptunghiular cu *m* linii şi *n* coloane (în prima linie sunt scrise numerele de la 1 la *n*, în a doua linie sunt scrise cele de la $n+1$ la $2n$, etc.)

Se ştie că :

a) numărul 456 este situat pe linia 5 ;
b) numărul 654 este situat pe linia 7 ;
c) numărul 2010 este situat pe ultima linie ;
d) numărul *n* este pătrat perfect.

Arătaţi că numărul $m+n$ este pătrat perfect.

Prof. Adriana Dragomir, Prof. Lucian Dragomir, Oţelu – Roşu

VI.177 Determinaţi numerele naturale $\overline{abc}$ divizibile cu 3 pentru care numărul $\overline{10abc}$ este pătrat perfect.

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

VI.178 Determinaţi cele mai mici numere naturale *x, y, z* care satisfac condiţiile :

a) $\dfrac{3x}{4y+5z} = \dfrac{4y}{3x+5z} = \dfrac{5z}{3x+4y}$;

b) numărul $5x+4y+3z$ este pătrat perfect.

Prof. Alfred Eckstein, Prof. Viorel Tudoran, Arad

VI.179 De dimineaţă o rândunică zboară pe o creangă a unui copac şi ciripeşte o dată, apoi zboară pe o a doua creangă şi ciripeşte de două ori, apoi pe a treia creangă şi ciripeşte de trei ori şi aşa mai departe (pe creanga 20 ciripeşte de 20 de ori…). Pe ce creangă se află rîndunica când ciripeşte pentru a 100-a oară de dimineaţă ?

* * *

Clasa a VII-a

VII.170 În triunghiul *ABC* dreapta determinată de vârful *A* şi mijlocul medianei din *B* intersectează latura (BC) într-un punct *M*. Ştiind că distanţa de la *A* la *BC* este de *6cm* şi $BM = 3cm$, să se afle aria triunghiului *ABC.*

Prof. Mariana Drăghici

VII.171 Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{abc}$, scrise în baza 10, care satisfac relaţia $\dfrac{a}{\overline{b0c}} = \dfrac{b}{\overline{c0a}} = \dfrac{c}{\overline{a0b}}$, unde numerele $\overline{b0c}, \overline{c0a}, \overline{a0b}$ sunt deasemenea scrise în baza 10.

Demonstraţi că numerele găsite mai sus nu pot fi pătrate perfecte.

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

VII.172 Determinaţi numerele prime *p* şi *q* pentru care $(p+1)^q$ este pătrat perfect.

Prof. Mioara Ionescu, Craiova

VII.173 Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, în care $AD \perp BC$, $D \in (BC)$ şi AE este mediană. Din C ducem o perpendiculară CS pe AE care intersectează paralela prin B la AE în punctul T.

Ştiind că $BC = 10\text{cm}, BT = 4\text{cm}$ şi $S_{ABC} = 20\text{cm}^2$, calculaţi perimetrul triunghiului CSE.

Prof. Lavinia Moatăr, Caransebeş

VII.174 Arătaţi că nu există numere reale x şi y pentru care

$$x > 1,\ y > 1,\ xy = 2 \text{ şi } x + y \geq 3.$$

Prof. Nistor Budescu, Dalboşeţ

VII.175 Pe laturile $[AB]$ şi $[AD]$ ale unui romb $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD) < 90^o$, se construiesc în exterior pătratele $ABEF$ şi $ADGH$ şi se notează $DF \cap BH = \{M\}$. Arătaţi că:

a) $[DF] \equiv [BH]$; b) $BH \perp DF$;

c) AM este mediatoarea segmentului $[FH]$.

Prof. Pavel Rîncu, Bozovici

VII.176 Demonstraţi că dacă $a > b > 0$ şi $c > d > 0$, atunci :

$$\frac{b^2}{b-a} + \frac{d^2}{d-c} \geq 4(a+c).$$

Prof. Dumitru Bătineţu – Giurgiu , Bucureşti

VII.177 Într-o noapte de iarnă, străzile unui orăşel cu 2010 case au fost acoperite cu zăpadă. Arătaţi că se pot face poteci între case astfel încât să existe câte două case din care pornesc n poteci, pentru fiecare $n \in \{1,2,3,...,1005\}$.

Prelucrare Concurs Moldova

VII.178 Demonstraţi că, dacă $a,b,c \in (0,\infty)$ şi $abc = 1$, atunci :

$$(1+a)(1+b)(1+c)(a+b+c) \geq 24.$$

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

VII.179 Arătaţi că, dacă a,b,c,d sunt numere naturale consecutive, atunci $abcd + 1$ este pătratul unui număr natural.

Prof. Simina Moica, Arad

Clasa a VIII-a

VIII.170 O pereche (a,b) de numere raţionale se numeşte *complicată* dacă $a \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cdot b = a \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \cdot b$.

Arătaţi că :

a) nu există perechi *complicate* (a,b) pentru care $a^2 + b^2 = 2010$;

b) există o pereche *complicată* (a,b) şi o funcţie f definită prin $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ astfel încât $f(0) + f(1) + f(2) + ... + f(n-1) = n^2$ pentru orice n natural nenul.

Prof. Sanda – Florica Niţoi, Jimbolia, Timiş

VIII.171 a) Arătaţi că :

$$\frac{a^{2n} - b^{2n}}{a^n - b^n} = a^n + b^n \text{, pentru orice } n \in \mathbb{N}^* \text{ şi } a,b > 0, a \neq b.$$

b) Arătaţi că: $(1+2) \cdot (1+2^2) \cdot (1+2^4) \cdot ....(1+2^{2010}) < 4^{2010}$.

Prof. Mirela Rădoi, Reşiţa

VIII.172 a) Determinaţi numerele naturale n pentru care

$$\sqrt{n^2 + 10n + 38} \in \mathbb{Q}.$$

b) Demonstraţi că numărul $A = a^4 + a^2 + 1$ este un număr compus impar pentru orice $a \in \mathbb{N}, a \geq 2$

Prof. Antoanela Buzescu, Caransebeş

VIII.173 Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic în care $AB \,//\, CD,\ m(\sphericalangle A) = 90^o,\ AB = 4\sqrt{3}\ cm,\ AD = 3\ cm$ şi $DC = 5\sqrt{3}\ cm$. În punctul A ridicăm perpendiculara AM pe planul trapezului , $AM = 4\ cm$. Notăm cu Q şi P proiecţiile punctului A pe MD, respectiv pe MB, iar cu S proiecţia punctului Q pe MC. Calculaţi lungimea segmentului (PS).

Prof. Irina Avrămescu, Reşiţa

VIII.174 În cubul $ABCDA'B'C'D'$, de muchie a, ducem $C'N \perp BD'$. Notăm cu M mijlocul lui $[D'C']$ şi cu O intersecţia lui BC' cu $B'C$.

e) Arătaţi că $ON \perp MN$.

f) Aflaţi distanţa dintre dreptele $B'C$ şi MN.

Prof. Anca Goşa, Reşiţa

VIII.175 Determinați numerele naturale *x, y, z* care satisfac :

$$x^2-y^2+7x-8-9y=2^z \text{ şi } x+y\le 2z .$$

Prof. Mirela Aldescu, Arad

VIII.176 Arătați că dacă numerele raționale nenule *x, y, z* satisfac egalitatea $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$, atunci $\left(\frac{yz}{x^2}+\frac{xz}{y^2}+\frac{xy}{z^2}\right)\in\mathbb{Z}$.

Prof. Ileana Didu, Craiova

VIII.177 Determinați numerele prime *p* pentru care numărul $2p^2+1$ este număr prim.

* * *

VIII.178 a) Determinați numerele întregi *p* pentru care $p-5$ şi $25-p$ sunt simultan pătrate perfecte ;

b) Determinați numerele întregi *q* pentru care

$$\sqrt{q^2-5}+\sqrt{25-q^2}=2\cdot|q| .$$

Prelucrare problemă Gazeta Matematică 2009

VIII.179 Arătați că dacă numerele $a,b,x,y\in\mathbb{R}$ satisfac inegalitatea

$$|ax+by|\le xy \text{, atunci } |ax+by|\ge 4ab .$$

Eugen Păltănea, Braşov

Clasa a IX-a

IX.170 Determinați numerele întregi *a* şi *b* pentru care

$$2a^2-6a+b^2-5b+8=0.$$

Prof.Ionuț Ivănescu, Prof. Lucian Tuțescu, Craiova

IX.171 Arătați că dacă *x, y* sunt numere reale pozitive, atunci

$$4\left(x^3+y^3\right)\ge 9xy\cdot|x-y| .$$

Prof. Gabriela Drînceanu, Bratovoieşti, Dolj

IX.172 Arătați că numărul $A=\cos^2\frac{\pi}{20}+\frac{\sqrt{5}-1}{8}\cdot tg\frac{\pi}{20}$ este natural.

Prof. Pavel Rîncu, Bozovici

IX.173 Determinați funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ pentru care :

$$2\cdot f(x)+f\left([x]\right)+f\left(\{x\}\right)=3x \text{ , } \forall x\in\mathbb{R}.$$

Prof. Dumitru Bătinețu – Giurgiu , Bucureşti

IX.174 Arătați că : $\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{1+\cos x}\ge 1$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Prof. Ileana Stanciu,Prof. Ramona Bălăşoiu, Craiova

Clasa a X-a

X.170 Arătați că dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o funcție cu proprietatea că $f(f(x))=x+f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, atunci mulțimea $\{x\in\mathbb{R}/f(x)=0\}$ are un singur element.

Prof. Alfred Eckstein, Prof. Viorel Tudoran, Arad

X.171 Pe fiecare dintre laturile unui dreptunghi se consideră câte patru puncte, diferite de vârfurile acestuia. Calculați câte triunghiuri au vârfurile printre cele 16 puncte considerate.

Prof. Daniel Sandu, Deta, Timiş

X.172 Rezolvați ecuația: $x\cdot 2^x\cdot(1+x)=x^3+4^x$.

Prof. Daniel Sandu, Deta, Timiş

X.173 Rezolvați ecuația : $\log_2(1+x)\cdot\log_2(3-x)=1$.

Prof.Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

X.174 Rezolvați ecuația: $3\sin^4 x+\cos^4 x+2\cos^2 x-2=0$.

Prof. Mirela Aldescu, Arad

Clasa a XI-a

XI.170 Se consideră funcțiile continue $f,g:[0,1]\to[0,2]$ astfel încât $f(0)=2,\ f(1)=0.$

Arătați că există $c\in[0,1]$ pentru care $f(c)-1=1-g(c)$.

Prof. Mirela Aldescu, Arad

XI.171 Arătați că dacă $n \in \mathbb{N}^*$ şi $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sunt inversabile astfel încât $AB + (AB)^{-1} = I_n$, atunci matricea $C = A - B^{-1}$ este inversabilă.

Prof. Emil Stanciu,Prof. Ovidiu Cioponea, Dolj

XI.172 Demonstrați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, numărul $a_n = n^n \cdot (n^2 - n - 1) + 1$ este divizibil cu $(n-1)^2$.

Prof. Alfred Eckstein, Prof. Viorel Tudoran, Arad

XI.173 Demonstrați că dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este o funcție continuă şi injectivă, atunci pentru orice $x, y \in \mathbb{R}, x < y$, există $t \in (x, y)$ astfel încât

$$f(t - x) = f(y - t).$$

Prof. Lucian Dragomir, Oțelu – Roşu

XI.174 Arătați că dacă a şi b sunt numere reale astfel încât $e^{ax} \geq bx + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$, atunci $a = b$. Reciproca este adevărată ?

Prof. Ileana Didu, Prof. Oana Dovan, Craiova

Clasa a XII-a

XII.170 Calculați $I = \int_0^1 \frac{x^4(1-x)}{(1+x^5)(1+x^6)} dx$.

Prof. Mirela Aldescu, Arad

XII.171 Fie A un inel finit cu $n \geq 3$ elemente,dintre care exact $n-2$ sunt inversabile.Să se arate că $n = 4$ şi că există doar două inele neizomorfe cu această proprietate.

Prof. Marcel Țena , Bucureşti

XII.172 Fie A un inel comutativ unitar şi se consideră următoarele două afirmații:

a) există un unic $a \in A$ astfel încât $a^2 = -1$;

b) $1+1=0$ şi pentru orice $a \in A$,există $b \in A$ astfel încât $a = b^2$.

Să se arate că dacă inelul este finit,atunci cele două afirmații sunt echivalente.Este adevărat acest rezultat în cazul inelului $A = \mathbb{Z}_2[X]$?

Prof. Marcel Țena , Bucureşti

XII.173 Se consideră funcțiile $f, g : [0,1] \to (0, \infty)$ continue şi diferite pentru care $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 g(x)dx$; fie şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_n = \int_0^1 \frac{(f(x))^{n+1}}{(g(x))^n} dx$.

a) Arătați că $\lim_{n\to\infty} x_n = \infty$;

b) Demonstrați că şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ este monoton.

Prof. Dan Şt.Marinescu,Prof.Viorel Cornea , Hunedoara

XII.174 Fie $a, b \in (0,1)$ şi $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ o funcție continuă astfel încât $\int_0^x f(t)dt = \int_0^{ax} f(t)dt + \int_0^{bx} f(t)dt$, $\forall x \in [0,1]$. Să se arate că:

c) dacă $a + b < 1$,atunci $f = 0$.

d) dacă $a + b = 1$,atunci f este constantă.

Prof. Dan Şt.Marinescu , Hunedoara

Rubrica rezolvitorilor

Punctaje obținute pentru ediția a V-a a Concursului revistei (punctajul obținut pentru rezolvarea unor probleme din RMCS 30 cumulat cu punctajul avut anterior)

Repetăm: Respectați regulile de expediere a plicurilor cu soluții; *în special, indicați pe plic clasa în care sunteți!!!*

Clasa a I-a

Liceul Hercules Băile Herculane (inst. Alexa Gaiță, inst. Diana Grozăvescu) Viericiu Daniel 196, Dudțană Denis 20, Ghinea – Vintilescu Irina 196, Megan Alexandra – Ioana 196, Grozăvescu Cristian 40, Hilgers Abel Aurelian 100, Păuna Robert 196, Hogea Patricia 196, Ştefan Brînzan Georgiana 196, Cănicean Cristina 196, Iliescu Camelia 70, Rădoi Andrada 196, Coman Alina 196, Papavă Laurențiu 98, Prodilean Andrei 20, Călțun Adrian 20, Bolbotină Iulia 196, Bolbotină Flavia 196, Şain Anabela 58, Domilescu Gabriel Ioan Ilie 96, Sitaru Bianca 96, Strezariu Adam 96(96).

Liceul Pedagogic CD Loga Caransebeş (inst. Maria Patricia Trion) Tufişi Alexandru 30.

Clasa a II-a

Liceul Hercules Băile Herculane(înv.Adriana Laitin, inst. Mirela Bolbotină) Țimbota Alexandru Valentin 289, Petcu Alexandru Egon 489, Panduru Liviu Dimitrios 471, Blidariu Mihai 364, Grozăvescu Andreea Ana-Maria 91, Bîrlan Florentin 368, Mihalcea Daniel 291, Vlădica Alexandra 391, Staicu Ariana 712, Gongu Cristian 84, Cîrdei Bogdan Antonio 400, Cionca Flavius Cosmin 389, Spătaru Livia Karina 296.

Şcoala Bolvaşnița Ştirban George 50.

Liceul Pedagogic CD Loga Caransebeş (înv. Lidia Todor) Bona Alin 460, Bogdan Alexandra 496, Boncalo Sebastian 566,Marghescu Radu 360, Călinescu Christiana 392, Câmpean Casian 282, Cercel Cerasela 186, Ghimboaşă Petronela 546, Iacob Rareş 556, Roşu Dan 292,Vela Cristian 456, Drăghin Alexia Daniela 296, Popescu Cosmina 296, Marghescu Radu Sebastian 96.

Şcoala Generală 2 Reşița (înv. Florica Boulescu, înv. Mariana Brebenariu) Ciobanu Elena 840,Racoceanu Rareş 616, Maletici Noemi 300, Solomon Denisa 401, Pascu Eugen Cristian 200, Burileanu Ana – Iulia 300, Ciocîrlan Rareş 200, Cicortaş Raul 400, Rotariu Răzvan 276, .

Şcoala Generală 9 Reşița (inst. Costa Moatăr) Borduz Flavius 289, Voinea Nicoleta 315, Bodnar Emanuela Deborah 405, Rusu Melisa 295, Avram Denisa 200, Negrea Alexandra 200, Păvălan Patricia 100(100).

Liceul Teoretic Traian Lalescu Reşița (inst. Daniela Osman, înv. Alina Guță) Lohon Ariana 200, Pădurean Daniel 230.

Grup şcolar Moldova Nouă (înv. Anastasia Stroia) Răulea Alina 250, Cristea Bianca 272, Irimia Loredana 346, Harca George Adrian 319, Iacob Andreea 56,Voicu Andreea 50, Bolohan Andreea 196, Crenicean Georgiana 345, Cojocariu Sandra 160, Bojici Ivana 286,Cârpean Flavius 296, Dobrescu Narcis 40, Stefanovici Radoslav Mile 194.

Şcoala Generală 1 Oțelu – Roşu (înv. Nicoleta Toader, înv. Nicoleta Doleanu) Janțu Lucian 406, Jebelean Cristiana 74, Boghian Tiberiu 150, Borca Delia Ariana 121, Preda Sebastian 174, Meilă Denis 275, Dobre Alexandra 42, Modîlcă Alin 60, Vețan Denis 434, Baderca Flavius 180, Pop Adrian 250.

Liceul Teoretic Gen.Dragalina Oravița (înv.Ildiko Stoenescu, prof. Aurica Lazarov) Lazarov Andrei 570,Petcu Cristina 30, Miloş Mădălina 70, Boca Christiana 70 .

Liceul Oțelu – Roşu (înv. Floare Homota) Angheloni Denisa 230.

Clasa a III-a

Liceul Hercules Băile Herculane (inst.Floarea Kuszay, înv.Camelia Staicu, înv. Doina Zah) Mărțuică Ana 298, Laitin Patricia 300, Bolbotină Gabriel 1035, Susana Denisa 300, Militaru Antonio 300, Jircovici Ana-Maria 300, Agafiței Cristian Theodor 746, Troacă Andrei 753, Agafiței Nichita 746, Nicoară Rebeca 759, Bocică Cristinel 239, Negoițescu Nicoleta 754, Ciobanu Antonia 770, Sorescu Valentin 778, Dorobanțu Maria 785, Stoican Anastasia 773, Dancău Maria Ileana 785, Roş Maria 881

Şcoala Berzasca (înv. Pîrvu Tatiana) Puia Roxana Emilia 190

Şcoala Bolvaşnița Jura Miriam Iasmina 20

Şcoala Bozovici(înv. Violeta Voin Stanec) Pascariu Anda – Cristina 200, Ruva Patricia Mădălina 200(200) .

Şcoala Romul Ladea Oravița (înv. Viorica Totorean, înv. Merima Velcotă, înv.Georgeta Curea) Burcuşel Alex 35, Burulea Alexandru 442, Preda Damir 500, Gherman Oana 280, Dumitraşcu Bogdan Andrei 160, Scarlat Sara-Giulia 500, Buzdug Ionuț 276, Niță Cezar 90, Velimirovici Iasmina 100, Stoica Cezar 90, Dudilă Eduard 240.

Liceul Teoretic Gen.Dragalina Oravița (înv. Mirela – Ana Nicolaevici) Mărilă Paul 251, Lazăr Denis 110.
Şcoala Generală 2 Reşița (înv. Aurica Nițoiu, inst. Eufenia Jurca) Potocean Aura Teodora 814, Bălănoiu Ana Maria Antonia 200, Parfenie Alexandra 100, Suteanu Sara 100, Onofrei Sara 200, Muntean Anda Diana 230, Ciuşdic Milan Alexandru 210.
Şcoala Generală 8 Reşița (înv. Rodica Moldovan, înv. Corina Nedelcu) Goian Tudor George 564, Bruno Kapros 280, Nica Elena Lorena 213, Chiseliță Mara 383, Badea Elia Cristina 260, Surugiu Dragoş Andrei 168, Ciupici Vlad Mihai Jiva 30, Pătru Ralph Antonio 74, Grema Denis 73, Marin Mădălin 510, Pascal Roxana 599, Țeperdel Darius 682, Duca David 400, Ştreng Flavius 630, Cenda Sabina 564, Colțescu Cătălin Emil 340, Popovici Naomi 280, Soreanu Patrick 100.
Şcoala Generală 9 Reşița (înv. Margareta Filip) Jumanca Patricia 507.
Liceul Pedagogic CD Loga Caransebeş (înv. Ion Ritta) Miculescu Andreea 100.
Şcoala Generală 1 Oțelu – Roşu (mama, înv. Rodica Istrat) Buță Jana Adina 889, Iulia Voiț 510.
Şcoala cu clasele I – IV Cireşa, Oțelu – Roşu (înv. Amalia Carmen Dinu) Dinu Alexandra 100.
Şcoala Generală 12 Decebal Craiova, Dolj (inst. Letiția Lungu) Prejbeanu Andreea Cristina 540.

Clasa a IV-a

Liceul Adam Muller Guttenbrunn Arad (înv. Lucian Trif) Tudoran Bogdan 90.
Liceul Hercules Băile Herculane (înv.Maria Puşchiță) Mircea Emilian Golopența 508, Brancu Violeta Petruța 300, Tudor Oana 500, Bujancă Georgiana 380, Barbu Cornel 100.
Şcoala Berzasca (înv. Elena Armanca) Bănică Mihai Sebastian 166, Puia Maria Rebecca 110, Barbu Roxana 100, Trousil Mircea 110.
Liceul Traian Doda Caransebeş (înv. Margareta Stefănuți) Stanciu Ana – Zaira 297.
Liceul Pedagogic CD Loga Caransebeş (inst. Mirela Tătar) Boba Bianca 90
Şcoala Ciclova Română (înv. Ruja Caragea) Mitreanu Andrei – Mihai 300
Şcoala Generală 2 Reşița (înv. Ana Modoran, inst. Ozana Drăgilă) Velcsov Flavia 790, Cioponea Alexandru Mihai 370, Mihai Flavian

Andrei 606, Gligor Mădălina Georgiana 820, Presnescu Bogdan 460, Murariu Dumitru Ciprian 663, Bălean Octavian 564, Nicola Elena Beatrice 780, Dieaconu Daniel 340, Măciucă Răzvan 170, Călimănescu Oana 190..
Şcoala Generală 9 Reşița (înv. Mariana Mitrică, înv. Angela Adina Belu, inst.Margareta Filip) Imbrescu Raluca 839, Gherasim Daniel 585, Vladu Andrei 942, Şoavă Daniel Viorel 1010 , Zaharia Flavia Cristiana 1064, Remo Denis 775, Țigănilă Ionuț Lucian 411,Jumanca Patricia 170.
Liceul Teoretic Traian Lalescu Reşița (inst. Lavinia Dolot, inst. Simona Vancu) Freisz Patrick 510, Iacob – Mare Ionuț Radu 430, Verdeț Vlad 340, Cîrstea Denisa 450, Puşcaş Roberta 440, Lucaci Cristiana 510, Cenan – Glăvan Daria 330 *(plic sosit foarte târziu !!),* Catina Paula 420, Berivoescu David 70, Potocianu Rebecca 460, Puşcaş Antonia Miruna 370, Regulschi Antonia 410, Holovcici Adrian 110.
Şcoala Romul Ladea Oravița (înv. Camelia Suru, înv. Rozalia Arnăutu, prof. Maria Iancu) Borş Maria 659, Şchiopu Alexandra 259, Palade Teodora 583, Budimir Mădălina 615, Caracoancea Timotei 221, Brădeanu Luciana Florentina 469, Drugărin Iosmin Ciprian 248, Voin Lavinia 229, Raşca Alexandru 328.
Şcoala Rusca Teregova Blaj Petru 370.
Liceul General Dragalina Oravița (înv. Livia Crețu) Clepan Daria Ştefania 390, Negru Sebastian 350, Boraci Alexandru 140 .

Clasa a V-a

Liceul Hercules Băile Herculane (Inst.Alexa Gaiță, Înv. Doina Zah, Înv.Diana Grozăvescu, prof. Maria Haracicu, prof. Marius Golopența) Barbu Andrei 223, Şulma Patricia 550, Barbu Cristian 258, Burcin Andreea 542, Nicoară Denisa 90, Vătavu-Pepa Călina 90,Străinescu Andra 120, Ciobanu Romina 308, Vişescu Marius 230, Novăcescu Cristian 80.
Şcoala Berzasca (înv. Ramona Soroceanu, prof. Dana Emilia Schiha) Radovan Iasmina 143, Secobeanu Flavius 60, Bîtea Nadin 136, Mogoşan Rebeca Sara 273, Criste Gabriel 176, Popescu Nicolae Mladin 60, Preznescu Izabela 75, Lăcătuş Cristian 126, Neamțu Gheorghe Florin 50, Şişcu Lucian Petrişor 60.
Şcoala Bozovici(Prof.Pavel Rîncu, prof. Iosif Găină) Hotac Roberto 90, Vodă Ana – Maria 200, Băin Oriana 210, Melcescu Florina 170, Cherescu Casian 110, Novac Georgiana 110..

Şcoala Generală nr. 6 Arad (înv. Irina Ciule, prof. Florian Bolojan) Popa Iasmina 440.
Şcoala Bolvaşniţa (Inst. Mihaela Goanţă) Ştirban Simona 20, Jura Damarius Cătălin 20.
Liceul Traian Doda Caransebeş (înv. Elena Minea, înv. Ileana Petrescu, prof. Adrian Dragomir, prof. Nuţu Jurj) Szabo Ciprian 410, Marco Mihai 70, Tripcea Alexandra 190, Bistrean Cosmina 100.
Liceul Pedagogic C.D.Loga Caransebeş
(prof. Lavinia Moatăr, prof. Dorina Tuvenie) Jura Victor 200, Ciobanu Iulia – Andreea 400, Iovănică Sebastian 160, Ardelean Andra 410, Iancu Denis 70, Buligă Maria 200, Nicoară Daiana 50, Miculescu Adrian 60, Izbaşa Frenţ Patricia 140, Zaharia Karina Cristina 110, Predescu Maria Daniela 140, Trebuian Bogdan Răzvan 90, Bilanin Gabriela 110.
Grup Şcolar Moldova Nouă(Prof. Aurelia Voilovici) Bojici Vladislav 300, Bonaţ Bogoslav Gabriel 250.
Şcoala Romul Ladea Oraviţa(înv. Camelia Suru, prof. Camelia Pîrvu) Balmez Bogdan 550, Simu Victor 147, Ciobanu Raluca 180, Gagea Mirabela 330,Cocar Lorena 390, Marocico Andreea 320, Horniciar Andrei 120 .
Şcoala Generală 2 Reşiţa (înv. Elisaveta Vlăduţ, prof. Mariana Drăghici, prof. Mirela Rădoi) Popa Radu 30, Mihancea Miruna 50, Lolescu Bogdan 80, Schinteie Eugen 40, Ciucă Mihai 40, Pinte Ana Maria 400, Rădoi Oana 525, Dacica Anca Cristina 120.
Şcoala Generală 6 Reşiţa (prof. Susana Simulescu) Ţofei Anca 220, Băroiu Carina 130, Jurca Henţ Andrei 160.
Şcoala Generală 8 Reşiţa (Prof. Mirela Camelia Rădoi) Laboş Roxana 150, Budimir Claudia 266, Tal Andreea 250, Chiru Cristian 110.
Şcoala Generală 9 Reşiţa (înv. Zora Zecheru, prof. Irina Avrămescu, prof. Vasile Chiş) Bălean Vlad 450, Şutilă Alexandra 370, Călina Antonia 310.
Liceul Teoretic Traian Lalescu Reşiţa (Prof. Otilia Bejan)
Cenan Glăvan Andra 110.
Liceul Teoretic Traian Vuia Reşiţa (Prof. Mircea Iucu)
Vicol Alexandra 80
Liceul Gen.Dragalina Oraviţa (înv. Paulina Lăpuşnianu, prof. Aurica Lazarov) Smida Mădălina Georgiana 70, Braşoveanu Alex Ionuţ 280, Lisa Jumanca 60.
Şcoala Generală 1 Oţelu-Roşu (Prof. Heidi Feil) Şinka Andrei Fabian 410, Moica Dan 215, Săvescu Ovidiu 125, Todor Jonathan 110, Micşa

Tudor 150, Babeu Denis 210, Boştină Dorian 195, Galuşka Vlad 160, Suciu Teodora 287, Bordeianu Mihail 50, Firanda Denysa 290, Teleagă Larisa 287, Cioarcă Adnana 410, Damian Patricia Cristina 210, Janţu Petre Marin 400, Graszl Bianca 160, Hrenyak Alexia 310, Pitica Roxana 190, Rus David Andrei 97, fără menţiune de şcoală: Pănescu Sergiu 50.
Şcoala Generală 3 Oţelu-Roşu (prof. Daniela Suciu) Carp Andreea Camelia 160 (totuşi, în ce clasă ? nu reiese CLAR), Dănilă David 90, Marin Băncilă Lucreţia 60, Cornean Alexandru 100, Mihai Larisa 100.
Grup Şcolar Oţelu-Roşu (Prof. Adriana Dragomir) Epuraş Georgian 410, Mihuţ Casiana 420, Olah Iosif Valentin 80.
Şcoala Rusca Teregova (Prof. Sorin Ciucă) Răduia Elisaveta 125, Codoşpan Alina – Călina 147 .

Clasa a VI-a

Şcoala Generală nr.1 Anina (prof. Marin Constantin Cleşiu)
Goia Ana Maria 40, Lupu Ana 40, Borcean Delia 80, Sîrghie Mădălina 70
Şcoala Bănia (prof. Iancu Cleşnescu) Andrei Nicu Daniel 90
Stroca Andrei 90, Becia Robert 300 .
Liceul Hercules Băile Herculane (Prof. Constantin Bolbotină) Popa Andrei 416,Cîrdei Alex-Cosmin 661, Urzică Ionuţ Sorin 612,Cernescu Maria 326, Moagă Ducu Alecsandru 796, Stanciu Ana-Maria 833, Stanciu Ani 956, Grigorie Denisa Bianca 543, Urdeş Florin 635, Radu Denisa 656, Rădoi Flavius 196, Becia Robert 462, Vlascu Cătălin Ionuţ 80(80).
Şcoala Bozovici(Prof.Pavel Rîncu, prof. Iosif Găină)
Negru Anca – Patricia 80, Marin Mihaela 160, Romînu Denisa 110.
Şcoala Ciclova Română (Prof. Geta Mîşcoi) David Melisa 130.
Liceul Traian Doda Caransebeş (Prof. Delia Dragomir, Prof. Janet Miuţă Bocicariu) Iliescu Alexandru 605, Jurescu Ioan Cristian 140, Nistor Răzvan 190, Dodoiu Oana 80, Stoicănescu Petru 440, Neagoe Loredana 609, Varga Florina 70, Seracin Ciprian 340, Oţet Cătălin 30.
Liceul Pedagogic Caransebeş (Prof. Dorina Humiţa,Prof. Mariţa Mirulescu, Prof. Dorina Tuvenie) Semenescu Raluca 310, Pelin Anitta 160, Nicoară Ioana 240, Zamfir Andreea 260, Ambruş Patricia 90, Belciu Aida 110, Belciu Anemona 170,Olariu Carmen 40, Stânceanu Andrada 40, Gherman Cristina 40, Berejnec Andreea 20, Benec Emanuela 80, Cocoş Daiana 110.

Grup Şcolar Moldova Nouă(prof.Vasilica Gîdea) Chiriac Bianca 120, Petraru Ioana 264, Airini Michel 518, Căta Alexandra 80, Dărac Alexandra 60, Căluşariu Ana Maria 50.
Şcoala Generală 2 Reşiţa (prof.Marius Şandru, prof. Diana Stănică)
Neaţu Monica 610, Ursul Larisa Iasmina 30, Ciobanu Anca 610, Vasilovici Camil 20, Aldescu Dragana 20, Antal Alexandra 40, Gaiţă Timeea 20, Şchiopu Patrick 20.
Şcoala Generală 6 Reşiţa (Prof. Susana Simulescu)
Alexa Luana Maria 260, Herţanu Denisa 130, Vida Octavian 100.
Şcoala Generală 8 Reşiţa (Prof. Mirela Rădoi) Trica Alissia 107, Sanda Mihaela 70, Puşcaşu Simona 248, Ştirbu Monica 40, Rus Daniel 447.
Şcoala Generală 9 Reşiţa(prof. Irina Avrămescu, prof.Vasile Chiş) Ştefan Andrei Daniel 175, Buşoi Natalia 120, Boldea Cristina 230, Gaiţă Nadine 695, Costea Denis-Loren 200, Anănuţă Adela Marina 250, Ciortan Ionuţ Petru 195, Pupăzan Andreea 386, Muscu Dragoş 464, Bochizu Constantin 180, Munteanu Ionuţ Valentin 729.
Liceul Teoretic Traian Lalescu Reşiţa (Prof. Otilia Bejan)
Dolot Diana Nicole 410.
Şcoala Romul Ladea Oraviţa (Prof.Camelia Pîrvu)
Balmez Andrada-Ioana 882, Murgu Teodora 711, Chirciu Cătălina 320.
Lic. Gen.Dragalina Oraviţa(Prof.Aurica Lazarov)
Ţibulca Andrei 190.
Şcoala Generală 1 Oţelu-Roşu (Prof. Heidi Feil)
Toader Răzvan 352, Pândici Cristian Andrei 80, Ţolea Loredana Oana 300, Simescu Larisa Geanina 290, Buzzi Cristian Alexandru 338, Opruţ Raul 80, Szatmari Larisa Maria 635, Bauer Richard 160, Erdei Dorian Emeric 305, Oancea Maria Roxana 140,Szalma Eric 257, Trifu Teodora 100, Dinu Alexandru 75, Honciuc Laura 160.
Şcoala Generală nr.3 Oţelu-Roşu (Prof. Felicia Boldea, prof.Daniela Suciu) Barbu Lidia 603, Micşescu Cristian 326, Carp Andreea 432, Piess Helmuth 405, Drăgan Alexandra Diana 138, Ghercă Sabrina Marinela 186, Cornean Claudiu 167.
Grup Şcolar Oţelu-Roşu (Prof. Adriana Dragomir) Lohan Larisa 210 , Creţoiu Ionuţ 210.
Şcoala Rusca Teregova (Prof. Sorin Ciucă) Humiţa Ionela 311, Banda Ioan Alexandru Ilia 635, Stepanescu Alina Iconia 464, Stepanescu Maria 454, Banda Elisabeta Cristina 10.
Şcoala Vîrciorova (prof. Ioan Liuba)
Bănescu Ramona 90, Anghel Alina 50, Ivăniş Patricia 20.

Clasa a VII-a

Liceul Hercules Băile Herculane (Prof. Constantin Bolbotină, prof. Marius Golopenţa) Şandru Ilie Daniel 760, Gherghina Liviu 436, Török Bogdan 600, Mihart Georgiana 779, Ferescu Liana 665, Croitoru Sabina 140, Domilescu Manuel 607, Terfăloagă Ana – Maria 479 .
Şcoala Berzasca (Prof. Dana Emilia Schiha) Vulpescu Iulia 360, Velicicu Andreea 190, Vîlcu Cosmin 100, Buga Ioana Mihaela 180, Ungureanu Răzvan 50, Ion Georgiana Adriana 50, Paraschi Stelică 50, Mărtinaş Iulian Robert 50.
Şcoala Bozovici(Prof.Pavel Rîncu)
Ruva Mihaela 240, Iancu Maria Timeea 140, Mitocaru Patricia 170, Pervu Georgiana 80, Grădinariu Tatiana 70, Nicola Ion Cristian 60, Negru Ana Patricia 60(totuşi, ce clasă ?).
Liceul Traian Doda Caransebeş (Prof. Delia Dragomir)
Domăneanţu Octavian 270.
Şcoala Ciclova Română (prof. Geta Mîşcoi)
Munteanu Andreea 164,David Gertrude – Melissa 120.
Şcoala Generală Dalboşeţ (Prof.Pavel Rîncu) Motorga Eliza Mirela 50.
Gr. Şc. Moldova Nouă(Prof. Zoran Ocanovici)Mereu Mădălina 60.
Şcoala Generală nr. 6 Reşiţa (Prof. Susana Simulescu)
Ciulu Miruna Dalila 680.
Şcoala Generală 8 Reşiţa (Prof. Mirela Rădoi)
Chiru Cristian 188, Guia Daniel Petru 156.
Şcoala Generală nr. 9 Reşiţa (Prof. Ion Belci,Prof.Irina Avrămescu) Peptan Andrei Valentin 420, Pangica Antonio 290, Vâlcu Sebastian 140, Bercean Bogdan 190, Momin Alexandra 132, Popa Ioan Raul 96 .
Şcoala Romul Ladea Oraviţa (Prof. Mariana Iancu, Prof. Camelia Pîrvu) Gheorghişan Călin 663, Dănilă Mădălina 947, Pîrvu Ancuţa Iulia 680, Alexa Anca 922, Drinceanu Ioana 380,Trăilă Alexandra Iulia 422.
Şcoala Generală 3 Oţelu-Roşu (Prof. Daniela Suciu, Prof. Felicia Boldea) Băilă Cristina 216,Românu Nicoleta 222, Barbu Daniel 380, Preda Cristina 67, Vladu Alina 200, Haba Beatrice 187.
Şcoala Generală 1 Oţelu-Roşu (Prof. Heidi Feil, prof.Anişoara Popa)
Ştefănescu Andrei 915, Raţ Laura 110, Trica Alexandru 150, Manu Cristina 80, Necşa Adina 160, Neagu Alexandra 80, Guţan Iuliana 30, Ciurică Bianca 30, Văduva Alex 47, Iamandei Diana 30, Alexa Alexandra 70, Buţă Laurian 60.
Grup Şcolar Oţelu-Roşu (Prof. Iulia Cecon)

Olaru Ionuț 170, Călău Maria 170.
Liceul Pedagogic Caransebeş (Prof. Dorina Humița, Prof. Antoanela Buzescu) Bivolaru Iulia Mălina 410, Băzăvan Răzvan Alexandru 30, Băzăvan Oana Cătălina 40, Dinulică Petru Augustin 900,Dinulică Septimiu 900, Rîcă Anda Elena 400, Bogdan Roxana 395, Enăşoni Lavinia 180, Nica Hermina 140, Iordache Andreea 30, Popovici Daniel 30, Lala Timotei 60, Jurca Rebeca 70.
Şcoala Rusca Teregova (Prof. Sorin Ciucă) Stepanescu Georgeta 347, Blaj Ioan 185, Moacă Nicolae 157, Gherga Marinela 537, Codoşpan Oana 161, Banda Giorgiana Violeta 162, Boşneag Maria – Ionela 85, Driter Ioan 65, Hurduzeu Ana 76.

Clasa a VIII-a

Şcoala Anina(Prof. Marin Cleşiu)
Paiu Andrada 60, Bardaş Georgiana Flavia 40
Şcoala Bozovici(Prof. Iosif Găină, Prof. Pavel Rîncu)
Vrancea Andreea 190, Borchescu Eugen 120, Careba Denisa 150, Munteanu Mădălina 130, Hotac Adina 165, Ştefan Ana 150 .
Grup Şcolar Moldova Nouă(Prof. Vasilica Gîdea) Oprea Adelina 70.
Şcoala Generală 2 Reşița (Prof. Mariana Drăghici)
Țeudan Adina 380,Drăghici Livia Liliana 507,Aghescu Monica 160.
Şcoala Generală nr. 9 Reşița (Prof. Irina Avramescu, Prof.Vasile Chiş, Prof. Ion Belci) Peptan Alexandru 390, Lazăr Silviu Ioan 380, Popa Ioan Raul 96.
Şcoala Generală 1 Oțelu-Roşu (Prof. Heidi Feil, Prof. Anişoara Popa) Pop Cristian Ionuț 347,Radu Ionela 305, Tuştean Patricia 220, Boran Cristian 40, Bidilici Răzvan 60.
Şcoala Generală 3 Oțelu-Roşu(prof.Felicia Boldea) Băilă Diana 110.
Grup Şcolar Industrial Oțelu-Roşu(Prof. Iulia Cecon)
Vărgatu Alina 40, Popescu Ana Maria 40.
Şcoala Rusca Teregova(Prof. Sorin Ciucă) Humița Ileana 380, Ursulescu Ionela 312, Banda Elisabeta 72, Humița Cosmin Vasile 23, Stepanescu Georgeta 116, Stepanescu Alina 75

Clasa a IX-a

Şcoala Berzasca (Prof. Dana Emilia Schiha) Pătraşcu Alin 60, Dragomir Ionuț 60.
Liceul Traian Doda Caransebeş (Prof. Adrian Dragomir, Prof. Iacob Didraga) Stoicănescu Gelu 266, Popa Andreea 35 , Dumitraşcu Andreea 249, Măran Marius 80, Antonescu Nicoleta 154, Răcăjdianu Sorana 87, Agape Oana 45, Milu Nicoleta 150, Negrei Bianca 156, Ciobanu Raluca – Mihaela 100, Burcin Alexandru 46, Burcin Daniel 56.
Grup Şcolar Moldova Nouă (Prof. Lăcrămioara Ziman) Vidinaru Andreea 176, Mărculescu Mihaela 165, Gîrjan Laura 171, Cîrpean Alexandra 50, Tomici Boris 27, Rybar Mario 20, Pop Dragana 50, Herea Mihaela Camelia 70, Vladisavlevici Iuliana 76, Vuletici Nikolia 108, Buşatovici Maia 124, Vizitiu Alexandra 114.
Şcoala Rusca Teregova (Prof. Sorin Ciucă) Codoşpan Florinela 75, Blaj Marinela 52, Humița Maria 85, Milu Ionela 30.
Liceul Gen.Dragalina Oravița (Prof.Aurica Lazarov) Bănuc Vasilică Angel 28, Dinu Andrei Mario 17, Boarță Aris Ionuț 10, Onețiu Daniel Darius 20.
Grup Scolar Oțelu – Roşu (prof. Lucian Dragomir)
Krokoş Lorena 292, Kuhn Anne Marie 211, Jura Andrei 46, Dumitresc Cecilia 37.

Clasa a X-a

Liceul Traian Doda Caransebeş(Prof. Delia Dragomir, prof. Lavinia Moatăr) Mocanu Ioana 297, Matei Sergiu 93, Szabo Cristian 175, Paşan Petru 158, Tuştean Claudiu 105, Buliga Adrian Denis 105.
Liceul Pedagogic C.D.Loga Caransebeş (Prof. Dorina Humița, Prof. Antoanela Buzescu, prof.Marița Mirulescu) Magu Georgiana 42, Semenescu Anca 357, Timofte Tina 30, Untaru Mădălina 30, Berdich Adriana 20.
Liceul Tehnologic Nicolae Stoica de Haţeg Mehadia (prof. Mihaela Vasile) Costescu Nicoleta 340, Coconete Cosmina 165.
Liceul Traian Lalescu Reşița (prof. Ovidiu Bădescu)
Nemeş Adina 147, Azap Bianca 147.
Grup Şcolar Moldova Nouă (Prof. Cristina Iovanovici)
Martinovici Ionela 67, Radovan Cosmin 60, Buriman Amelia 67, Ilievici Iasmina 80, Costea Semida Sorina 80.
Grup Şcolar Oțelu-Roşu (Prof. Lucian Dragomir)
Duma Andrei Florin 238, Bugariu Răzvan 195.
Liceul Gen.Dragalina Oravița (Prof.Mihai Lazarov) Goian Raluca 92.

Clasa a XI-a

Liceul Traian Doda Caransebeş (Prof. Delia Dragomir, Iacob Didraga) Baneu Petru 203, Zanfir Cristian 454, Bona Petru 126, Prunar Victor 203, Todor Elena 303, Galescu Dan 300, Ciucă Cristian Sorin 100, Stolojescu Petronela 166, Vizicanici Mihaela 38.
Liceul Pedagogic C.D.Loga Caransebeş(Prof. Antoanela Buzescu) Marta Marian Sebastian 351.
Liceul Traian Lalescu Reşiţa (Prof. Ovidiu Bădescu) Meşter Sergiu 204.
Grup Şcolar Industrial Oţelu-Roşu(Prof. Lucian Dragomir) Cococeanu Oana 280, Atinge Carina 221.
Liceul Gen.Dragalina Oraviţa(Prof.Mihael Lazarov) Pricop Romina 338, Gherghel Gordana 40, Sas Raluca Ionela 40.
Grup Şcolar Moldova Nouă (Prof. Lăcrimioara Ziman)
Istudor Deian 257, Vireanu Adelina 50, Calotă Bianca 108, Radoicovici Iasmina 20, Harabagiu Dragana Gabriela 170, Pucă Alexandra Elena 170, Mina Nenad Neşa 20, Costea liana Ileana 60.

Clasa a XII-a

Colegiul Naţional Moise Nicoară Arad (Prof. Ovidiu Bodrogeanu) Adina Vlad 60.
Liceul Tata Oancea Bocşa (Prof.Ioan Todor) Stăniloiu Ovidiu 330.
Liceul Hercules Băile Herculane(Prof.Constantin Bolbotină)
Stolojescu Anca 115.
Liceul Pedagogic C.D.Loga Caransebeş (Prof. Antoanela Buzescu) Mureşan Ana-Maria 240, Mureşan Alexandru Ioan 240.
Liceul Traian Doda Caransebeş (Prof. Lavinia Moatăr, Prof. Iacob Didraga) Bălulescu Bianca Veronica 30, Aghescu Alina Mihaela 30, Turnea Ana-Maria 30, Firan Maria – Mirabela 30, Train Anca 94, Dozsa Cecilia 30, Turnea Adasena 40, Bejinaru Silviu 80, .
Grup Şcolar Moldova Nouă (Prof. Cristina Iovanovici)
Tănasă Remus 100
Grup Şcolar Industrial Oţelu-Roşu (Prof. Lucian Dragomir)
Bugariu Dan 172, Damian Raluca 30.

Membrii Filialei Caraş – Severin a SSMR care au plătit cotizaţia pe anul 2010

1	Almăjan Cătălin Şcoala cu clasele I-VIII Ramna
2	Ardelean Ion Şcoala cu clase I-VIII Rusca Montană
3	Avrămescu Irina Şcoala Gen.9 Reşiţa
4	Albeanu Vasile Grup şcolar Moldova Nouă
5	Bădescu Ovidiu Liceul Traian Lalescu Reşiţa
6	Bejan Otilia Liceul Traian Lalescu Reşiţa
7	Belci Ion Şcoala Gen.9 Reşiţa
8	Berbentea Dănilă Liceul Teoretic Eftimie Murgu Bozovici
9	Beţa Maria Liceul Teoretic Mircea Eliade Reşiţa
10	Bobic Florin Şcoala cu clase I-VIII Naidăş
11	Bolbotină Constantin Liceul Hercules Băile Herculane
12	Boldea Felicia Şcoala Gen. 3 OţeluRoşu
13	Botoş Valerica - Şcoala cu clasele I – VIII Ciudanoviţa
14	Braia Carmen Şcoala cu clase I-VIII Răcăşdia
15	Buzescu Antoanela Liceul Pedagogic Caransebeş
16	Buzilă Claudia Şcoala Gen.7 Reşiţa
17	Buzilă Mircea Lic.Traian Vuia Reşiţa
18	Cecon Iulia Grup Şcolar Oţelu-Roşu
19	Cerbu Enache Grup şcolar Agricol Oraviţa
20	Călin Ramona – Grup Al. Popp Reşiţa
21	Chiş Vasile Şcoala Gen.9 Reşiţa
22	Cioloş Aurelia Grup Şcolar Industrial Bocşa
23	Costea Mihaela - Şcoala cu clasele I – VIII Sasca Montană
24	Cristescu Vănică - Şcoala cu clasele I – VIII Pojejena
25	Ciulu Daniela Loreta Şcoala Gen.2 Reşiţa
26	Cocorăl Radu – Şcoala Şoşdea
27	Cleşnescu Florin Şcoala cu clase I-VIII nr. 5 Reşiţa
28	Coandă Camelia Şcoala Gen.8 Reşiţa

29	Corîci Carina Şcoala Gen.2 Caransebeş
30	Ciocan Florin – Liceul Traian Doda Caransebeş
31	Cormianu Maria , Şcoala cu clasele I – VIII Plugova
32	Costa Veronica Şcoala cu clasele I-VIII nr.1 Bocşa
33	Curea Nicolae Şcoala Romul Ladea Oraviţa
34	Curescu Simona Şcoala Gen.8 Reşiţa
35	Deaconu Tudor CCD Reşiţa
36	Dicu Lenuţa Şcoala Gen.12 Reşiţa
37	Dobriţan Heckl Alina Şcoala Gen.1 Reşiţa
38	Drăghicescu Tomiţă Şcoala cu clasele I-VIII Forotic
39	Drăghici Florica Mariana Şcoala Gen.2 Reşiţa
40	Dragomir Adrian Liceul Traian Doda Caransebeş
41	Dragomir Adriana Grup Şcolar Oţelu-Roşu
42	Dragomir Delia Liceul Traian Doda Caransebeş
43	Dărac Cornelia Grup şcolar Moldova Nouă
44	Dragomir Lucian Grup Şcolar Oţelu-Roşu
45	Drăgan Ion - Şcoala cu clasele I – VIII Cornereva
46	Dragotă Ana Grup şcolar Forestier Caransebeş
47	Feil Heidi Şcoala Gen. 1 OţeluRoşu
48	Florea Viorel Şcoala cu clase I-VIII Rusca Montană
49	Fiat Filip - Şcoala cu clasele I – VIII Luncaviţa
50	Giliaş Mădălina - Şcoala cu clasele I – VIII Ticvaniu Mare
51	Gugea Laura - Grup şcolar Auto Caransebeş
52	Grindeanu Nicolae – Liceul Pedagogic CD Loga Caransebeş
53	Gîdea Vasilica Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă
54	Golopenţa Marius Liceul Hercules Băile Herculane
55	Goşa Anca Şcoala Gen.12 Reşiţa
56	Haracicu Maria Şcoala cu clasele I-VIII Băile Herculane
57	Horescu Ioan Şcoala cu clasele I-VIII Topleţ
58	Humiţa Dorina Liceul Pedagogic Caransebeş
59	Hurduzeu Diana Liceul Pedagogic Caransebeş
60	Hergane Adam Şcoala cu clasele I-VIII Sicheviţa

61	Iovanovici Cristina Grup Şcolar Oţelu-Roşu
62	Iancu Maria Şcoala Romul Ladea Oraviţa
63	Ienea Erimescu Mihai - Şcoala cu clasele I – VIII Verendin
64	Ienea Maria Liceul Tehnologic Mehadia
65	Iliescu Sabin Liceul Tehnologic Mehadia
66	Iocşa Lucia Liceul Teoretic Mircea Eliade Reşiţa
67	Isac Simion – Grup şcolar Forestier Caransebeş
68	Iucu Mircea pensionar Reşiţa
69	Ivaşcu Nicoleta Liceul Pedagogic Caransebeş
70	Jurj Nuţu Grup şcolar Forestier Caransebeş
71	Lazarov Aurica Lic. Gen. Dragalina Oraviţa
72	Lazarov Mihai Lic.Gen.Dragalina Oraviţa
73	Luca Daniela Şcoala Gen. 1 OţeluRoşu
74	Lungu Aurel Şcoala cu clasele I-VIII nr. 1 Bocşa
75	Lungu Emilia Şcoala cu clasele I-VIII nr.1 Bocşa
76	Lupulescu Daniela Liceul Teoretic Tata Oancea Bocşa
77	Macovei Daniela Lic.Baptist Reşiţa
78	Mandreşi Ana Liceul Pedagogic Caransebeş
79	Mara Adriana Liceul de Artă Reşiţa
80	Merşa Marcel - Şcoala cu clasele I – VIII Vrani
81	Medoia Gheorghe Grup Şcolar Industrial Bocşa
82	Mihailovici Dana Liceul Traian Vuia Reşiţa
83	Miholcea Dan Şcoala cu clasele I-VIII Berzovia
84	Milotin Mirela Lic.Gen.Dragalina Oraviţa
85	Mirulescu Mariţa Liceul Pedagogic Caransebeş
86	Mîşcoi Geta Şcoala cu clase I-VIII Ciclova-Română
87	Miuţă Bocicariu Janet Liceul Traian Doda Caransebeş
88	Moatăr Lavinia Liceul Pedagogic Caransebeş
89	Miloş Laura - Grup Şcolar Agricol Oraviţa
90	Mateia Monica- Liceul Economic Reşiţa
91	Mateescu Milena - Şcoala cu clase I-VIII Liubcova
92	Musteţi Liliana Liceul Teoretic Tata Oancea Bocşa

93	Neagoe Petrişor Grup Şcolar Mathias Hammer Anina
94	Ocanovici Zoran Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă
95	Opranescu Angela Şcoala cu clasele I-VIII Băile Herculane
96	Opruț Ana – Grup Construcții Maşini Caransebeş
97	Pascariu George Liceul Teoretic Eftimie Murgu Bozovici
98	Pascariu Ion Şcoala Prigor
99	Paul Sorin - Şcoala cu clasele I – VIII Berlişte
100	Popa Dan Dragoş – ISJ
101	Peter Eva Maria Şcoala cu clasele I-VIII nr. 1 Bocşa
102	Pîrvu Camelia Şcoala Romul Ladea Oravița
103	Pistrilă Ion Dumitru Lic.Gen.Dragalina Oravița
104	Popescu Adrian Liceul Tehnologic Mehadia
105	Panici Nadița - Şcoala cu clasele I-VIII Belobreşca
106	Rădoi Mirela Şcoala Gen.8 Reşița
107	Radosavlevici Mărioara Şcoala cu clasele I-VIII Moldova-N.
108	Răduca Rodica Şcoala Gen.7 Reşița
109	Rîncu Pavel Şcoala Dalboşeț Bozovici
110	Roman Simion Şcoala cu clasele I-VIII Topleț
111	Rostescu Constantin Şcoala cu clasele I-VIII Domaşnea
112	Roşu Lia Şcoala Gen.7 Reşița
113	Răşinariu Lucica Şcoala Sfânta Elena
114	Rujici Iasna Floriana Şcoala cu cls. I-VIII nr.1+3 Moldova N.
115	Sadovan Nistor Şcoala cu clasele I-VIII Cornea
116	Şandru Marius Şcoala Gen.2 Reşița
117	Sîrbu Marcela - Şcoala cu clasele I – VIII Cărbunari
118	Scorțan Gheorghe - Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă
119	Schiha Emilia Dana Şcoala cu clasele I-VIII Berzasca
120	Seracin Ioan Scoala cu clase I-VIII Măureni
121	Simion Gheorghe Şcoala Romul Ladea Oravița
122	Simulescu Susana Şcoala Gen.6 Reşița
123	Socol Maria Şcoala Gen.12 Reşița
124	Seracin Nicolae – Grup şcolar Forestier Caransebeş

125	Spaiuc Veronica Şcoala gen.1 Oțelu Roşu
126	Staicu Lenuța Scoala Gen. 12 Reşița
127	Şuşoi Paul – Liceul Pedagogic Caransebeş
128	Stăniloiu Manuela Şcoala cu clasele I-VIII nr. 3 Bocşa
129	Stăniloiu Nicolae Liceul Teoretic Tata Oancea Bocşa
130	Stăvăroiu Eugen Şcoala Gen.2 Caransebeş
131	Suciu Daniela Şcoala Gen. 3 Oțelu Roşu
132	Surulescu Ion Şcoala cu clasele I-VIII Lăpuşnicel
133	Ştefan Dana – Grup şcolar Forestier Caransebeş
134	Szucs Alecxandru Lic.Baptist Reşița
135	Tătucu Anton Şcoala cu clasele I-VIII Iablanița
136	Țicu Maria Grup Şcolar Agricol Oravița
137	Tina Ana Scoala cu clase I-VIII Fizeş , Berzovia
138	Stănică Diana Şcoala cu clasele I – VIII nr. 2 Reşița
139	Vasile Mihaela Liceul Tehnologic Mehadia
140	Vladu Dumitru Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă
141	Vladu Sânefta Şcoala cu clasele I-VIII nr.3 Moldova-Nouă
142	Vlăduceanu Cristina Lic.Diaconovici-Tietz Reşița
143	Voilovici Aurelia Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă
144	Vornicu Eleonora Grup Şcolar Agricol Oravița
145	Vucescu Adela Lic.Diaconovici-Tietz Reşița
146	Zibriczki Ecaterina Grup Şcolar Industrial Bocşa
147	Ziman Lăcrimioara Grup Şcolar Ind. Moldova-Nouă